onisep

équipes éducatives

Ressources | Activités de classe

DÉCOUVRIR
ET COMPRENDRE

REPRÉSENTER
ET COMMUNIQUER

MATHÉMATIQUES

ET DÉCOUVERTE DES MÉTIERS

RÉSOUDRE
UN PROBLÈME

D'HIER À DEMAIN

EXERCER SON
ESPRIT CRITIQUE

LE KIOSQUE équipes éducatives

onisep.fr/equipeseducatives

équipes éducatives

Pour vous,
des ressources
sur...

les **activités de classe**

le **monde professionnel**

le **système éducatif**

Retrouvez-les au CDI et sur le site
onisep.fr/equipeseducatives

MATHÉMATIQUES
ET DÉCOUVERTE DES MÉTIERS

Cet ouvrage qui, pour l'enseignement des mathématiques en classe de troisième, conjugue à la fois l'approche par les compétences, l'étude des notions disciplinaires ainsi que la découverte des métiers est une première. Réussir à développer des exercices de mathématiques et des activités pédagogiques autour de thématiques à la fois disciplinaires et reliées étroitement à la découverte du monde professionnel était un pari difficile. Il est ici gagné car ce travail présente de manière vivante les mathématiques, en servant les objectifs et l'esprit dans lequel les programmes de troisième ont été conçus. Ils font apparaître les mathématiques elles-mêmes comme une création ayant une histoire avec ses champs d'expérience et comme un lieu d'échanges et d'épanouissement des apprentissages.

Sans tenter de rapprochements forcés, les auteurs de ce travail ont su engager de manière concrète et didactique une réflexion sur les priorités de l'enseignement des mathématiques en pensant les compétences et la découverte professionnelle comme des leviers susceptibles d'insuffler un nouvel élan à leur enseignement.

Les exercices proposés ont été choisis en effet en fonction des connaissances et des compétences transversales qu'il convient d'acquérir dans le cadre du socle commun. De même le travail disciplinaire ainsi que les activités qui le prolongent, visent à chaque fois à mettre en relation la spécificité de la discipline et les démarches que les élèves ont à mettre en œuvre.

La dimension collective d'un travail mené en classe et la rencontre avec le réel ont été ici des modalités privilégiées. De la sorte les élèves acquièrent des repères, des connaissances et des savoirs faire qui leur seront utiles dans le monde social et professionnel de demain.

L'ouvrage incite également les enseignants de mathématiques à entretenir leur vocation fédératrice et à nourrir des complicités naturelles avec d'autres disciplines mais aussi avec d'autres acteurs de l'éducation comme les conseillers d'orientation-psychologues et les documentalistes, qui apportent leurs compétences propres.

Que soient remerciés tous ceux qui ont permis à l'ONISEP de mener à bien ce travail et de contribuer à la belle réussite de cet ouvrage : inspecteurs et professeurs conseillers d'orientation, documentalistes et rédacteurs. Que cette publication soit ainsi placée sous le signe de ce travail en équipe qu'ils ont mené et qui témoigne de la force et de la richesse vivante de cet enseignement.

PASCAL CHARVET
Inspecteur général de l'Education nationale
Directeur de l'ONISEP

Ministère de l'Éducation nationale, de l'Enseignement supérieur et de la Recherche Office national d'information sur les enseignements et les professions, 12, mail Barthélémy Thimonnier Lognes 77437, Marne-la-Vallée Cédex 2 • **Directeur de la publication** : Pascal Charvet - **Chef du département pédagogie et médiation de l'information** : Claudine Roux - **Conception** : Anne-Lyse Bonneaud, avec la participation de Claudine Roux, Bruno Chambon, Didier Bessot, Véronique Chauveau, Pour l'AGEFA-PME : Laurence Di Carlo • **Rédaction** : Frédéric Castera, Fatima Estevens, Benoît Foltz, Patrick Guillou, sous la direction de Catherine Roncin et Ludovic Legris - **Mise en perspective** : Anne-Lyse Bonneaud - **Suivi d'édition** : Anne-Lyse Bonneaud, Béatrice Faveur - **Relecture** : Véronique Chauveau, Didier Bessot. Remerciements à Estelle. • **FABRICATION / Chef du département** : Marie-Christine Jugeau- **Conception, mise en page** : JFDCOM • **DIFFUSION / Internet** : onisep.fr/lalibrairie - **Relations clients** : fax 01 64 80 35 36 - **Code diffusion** : 900644 - **Photograveur** : SCEI - **Imprimé en France** par : Imp Graphic - **ISSN** : 1776-5315 - **ISBN** : 978-2-27300-6446-6 - **Dépôt légal** : août 2009 -

LE KIOSQUE : ÉQUIPE ÉDUCATIVE

INDEX

Les exercices de mathématiques, proposés dans cet ouvrage s'inscrivent dans les objectifs du programme de troisième. Trois compétences sont mises en avant pour l'ensemble des exercices de chaque chapitre ainsi que pour chaque mise en perspective.
Les notions abordées sont signalées ainsi que des compétences spécifiques complémentaires pour chaque exercice.

» Connaissances

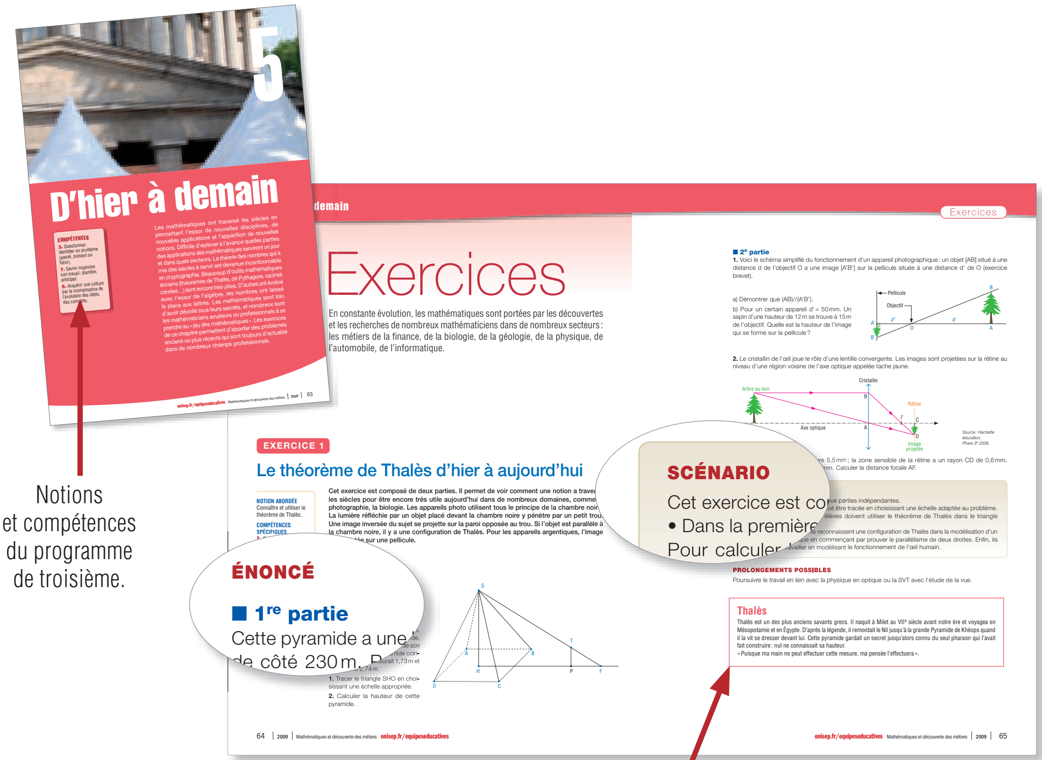
» Compétences

Elles sont présentées, en référence au Socle commun de connaissances et de compétences (Décret du 11 juillet 2006) et au Livret de connaissances et de compétences (Grille de référence Octobre 2007).

1. La maîtrise de la langue française
2. La pratique d'une langue vivante étrangère
3. Les principaux éléments de mathématiques et la culture scientifique et technologique
4. La maîtrise des techniques usuelles de l'information et de la communication
5. La culture humaniste
6. Les compétences sociales et civiques
7. L'autonomie et l'initiative

SOMMAIRE

MODE D'EMPLOI



Notions et compétences du programme de troisième.

En contre champ : de multiples facettes des mathématiques ou mathématiciens, des rappels historiques, des extraits de citations…

Sous l'angle de l'orientation, des activités de classe permettent un approfondissement.

Compétences

Le parcours d'une mathématicienne.

En conclusion, une illustration par l'exemple d'un métier.

1

Découvrir et comprendre

COMPÉTENCES

3. Observer, recenser des informations.

5. Comprendre l'unité et la complexité du monde.

7. Manifester sa créativité, sa curiosité.

Notre monde entretient des rapports étroits avec les mathématiques. Celles-ci, contribuent avec d'autres disciplines, à découvrir, décrire, comprendre, expliquer, prévoir, anticiper, améliorer, agir, contrôler, décider…
L'efficacité des outils mathématiques permet de faire évoluer les sciences physiques, les sciences et vie de la Terre, la technologie, la géographie. Cette discipline qui semble si abstraite à bon nombre d'élèves leur est très utile pour mieux appréhender ce qui les entoure.

Exercices

Changements d'unité, échelles et puissances, statistiques, fonctions et mise en équation… les notions abordées dans les exercices qui suivent, font partie du programme de troisième. Elles permettent également aux élèves de découvrir l'utilité des mathématiques dans la gestion de problèmes quotidiens et professionnels et par les problèmes évoqués, de les aider à se construire en tant qu'adultes et citoyens.

EXERCICE 1

La gestion de l'eau

NOTIONS ABORDÉES
Changements d'unités sur des grandeurs quotients ; réflexion et initiative dans le choix de l'écriture appropriée d'un nombre suivant la situation.

COMPÉTENCE SPÉCIFIQUE
5. Identifier et caractériser les inégalités d'accès aux ressources vitales dans le monde.

De nos jours, plus d'un tiers de l'humanité survit avec moins de cinq litres d'eau par jour. L'environnement est désormais au cœur des préoccupations mondiales et de plus en plus un secteur porteur d'emplois et d'évolution. Les métiers de l'eau : gestion, traitement, distribution locale et mondiale sont en première ligne, et les mathématiques, un outil de prise de conscience et d'analyse.

ÉNONCÉ

Le tableau ci-contre récapitule les ressources mondiales en eau. On considère qu'un pays atteint le « seuil de pauvreté » à 1 000 m^3 par habitant et par an ; le « seuil de pénurie », à 500 m^3.

1. Comment obtient-on la troisième colonne ? Le vérifier avec la France (on prendra comme population française en 2001 environ 60 millions d'habitants).

2. Calculer la population de l'Égypte en 2001.

3. Quelles sont les populations particulièrement pauvres en eau ?

LES RESSOURCES MONDIALES EN EAU : MOYENNES ANNUELLES À LONG TERME

	En m^3/pers	En Km^3
Islande	605 049	170
Suriname	479 467	200
Norvège	89 932	393
Canada	87 971	2 740
Brésil	31 849	5 418
Fédération Russe	29 351	4 312
Suède	20 303	179
Indonésie	13 380	2 838
États-Unis	8 838	2 460
France	3 262	191
Allemagne	2 232	182
Chine	2 201	2 812
Belgique	1 617	16
Royaume-Uni	1 307	68
Inde	1 244	1 260
Koweït	75	0,16
Émirats Arabes Unis	61	0,2
Égypte	26	1,8
Djibouti	23	0,01

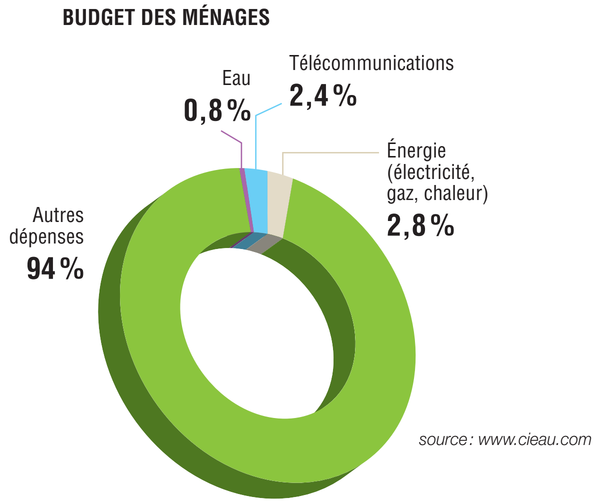
Sources : World Ressources Institute 2000-2001, Banque Mondiale, Eurostat 2001

4.

a) Un couple a un revenu mensuel de 2 500 € ; quelle est la part de l'eau dans ses dépenses annuelles ?

b) Selon l'INSEE, la consommation en eau représente une dépense moyenne annuelle de 350 € pour une famille de 4 personnes. Quel est le revenu moyen de cette famille (arrondir au centième) ?

c) Sachant que cette famille consomme en moyenne 120 m^3 par an, quel est le prix moyen du m^3 (arrondir au centième) ?



SCÉNARIO

• Cette activité peut être proposée aux élèves pour illustrer le chapitre sur les grandeurs composées et les pourcentages. La notion de grandeur quotient a son importance puisqu'elle permet d'expliquer les résultats de la troisième colonne. Les élèves ne trouvent pas exactement le résultat de la troisième colonne en prenant 60 millions d'habitants en France. La notion d'arrondi sur de grands nombres est abordée. On peut faire calculer une valeur approchée de la population française à partir du résultat de la troisième colonne et comparer ainsi les deux valeurs arrondies.
• L'élève est amené à utiliser cette démarche à la deuxième question, pour calculer la population de l'Égypte. Aucune précision n'est donnée sur la manière d'arrondir les nombres dans les deux premières questions : les élèves doivent prendre l'initiative de ce choix. Ainsi plusieurs possibilités sont proposées par la classe et amènent le débat sur la notion de valeur approchée.
• À la question 3, les élèves doivent interpréter les données du tableau et repérer les pays pauvres en eau à l'instar d'autres pays qui eux en sont bien pourvus (comme la France, l'Allemagne, la Chine…). Une discussion peut être menée sur les conséquences de cette pénurie en eau.
• L'eau devenant une denrée rare, elle a aussi un coût qui est étudié à la question 4 où les élèves doivent utiliser les pourcentages et étudier la part du budget Eau d'une famille (alternance de calcul annuel et de calcul mensuel).

PROLONGEMENTS POSSIBLES

- Étude d'une facture d'eau simplifiée ; le coût du traitement de l'eau ; la pollution de l'eau ; proposer un travail en lien avec l'histoire-géographie sur les rapports étroits entre répartition des « richesses en eau » et richesse d'un pays. L'eau source de conflits actuels ou futurs…
- Introduction aux fonctions linéaires avec les calculs sur les pourcentages.

EXERCICE 2

Un choix économique et écologique

NOTIONS ABORDÉES
Mise en équations d'un problème et résolution algébrique d'un système de deux équations à deux inconnues.

COMPÉTENCE SPÉCIFIQUE
6. Avoir un comportement responsable.

L'eau a un coût. Cet exercice montre quel peut être l'impact économique et écologique d'un geste quotidien. Cet impact est de plus en plus pris en compte, que ce soit par le responsable des collectivités locales en charge de l'eau par exemple ou par l'installateur sanitaire qui conseille les usagers.

ÉNONCÉ

Dans la semaine, Marie s'est douchée 4 fois et a pris 3 bains. Elle a ainsi consommé 770 litres d'eau. Durant la même période, son frère Paul a pris 3 douches et 4 bains et a consommé 840 litres.
1. Combien de litres d'eau ont-ils consommé en moyenne pour une douche ? Et pour un bain ?
2. Sachant qu'un m^3 d'eau coûte en moyenne 2,85 euros, vaut-il mieux prendre une douche ou un bain ?

SCÉNARIO

Les élèves doivent calculer le coût moyen d'un bain et d'une douche après avoir mis un problème en équations et l'avoir résolu.

PROLONGEMENTS POSSIBLES

- Comparaison de consommations en eau d'appareils ménagers ; étude du coût du traitement de l'eau.

EXERCICE 3

Enquêtes sur la consommation d'eau

NOTIONS ABORDÉES
Analyse des résultats d'une enquête statistique.

COMPÉTENCE SPÉCIFIQUE
3. Effectuer à la main ou avec un tableur grapheur des traitements de données.

Voici un éclairage sur la consommation d'eau de quelques pays. Comment utiliser des outils mathématiques pour analyser les résultats de deux enquêtes situant la France par rapport à d'autres pays ? Est-elle bonne ou mauvaise élève ?

ÉNONCÉ

1. 30 familles ont répondu en France à une enquête concernant leur consommation quotidienne d'eau en litres.
Les résultats sont les suivants :
110 – 150 – 200 – 200 – 150 – 145 – 200 – 204 – 100 – 140 – 125 – 250 – 140 – 150 – 141 – 180 – 170 – 100 – 152 – 147 – 168 – 149 – 204 – 260 – 150 – 156 – 100 – 260 – 180 – 142

a) Quelle est la consommation moyenne d'eau par jour des familles ?

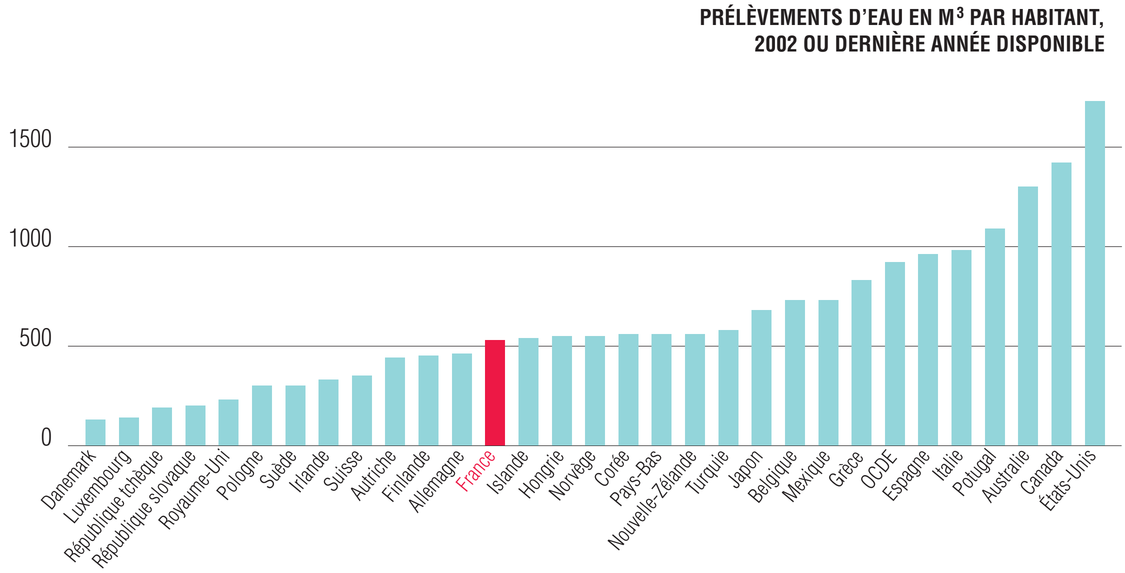
b) Donner la médiane, le premier quartile le troisième quartile et l'étendue.
Interpréter les résultats.

2. 30 familles aux États-Unis ont répondu à la même enquête. Les résultats sont les suivants :
550 – 300 – 600 – 630 – 279 – 550 – 340 – 700 – 578 – 490 – 674 – 590 – 406 – 534 – 650 – 398 – 789 – 980 – 555 – 389 – 550 – 656 – 356 – 876 – 500 – 600 – 458 – 365 – 598 – 610

a) Répondre aux questions 1 en utilisant les résultats de cette enquête.

b) Comparer ces résultats.

3. Voici un graphique représentant les consommations annuelles d'eau, en m^3 par habitant, de pays différents. Les classer en 4 groupes.



SCÉNARIO

Les élèves peuvent utiliser un tableur pour répondre aux questions. Ils doivent connaître la signification d'une médiane, d'une moyenne, du premier et troisième quartile pour pouvoir interpréter les résultats. L'objectif est de développer l'esprit critique et d'analyse par une discussion sur les résultats de ces deux enquêtes. La dernière question permet de comparer les consommations dans le monde.

Fichiers à télécharger sur www.onisep.fr/equipeseducatives/maths : Chap1Exo3.xls ; Chap1Exo3.ods

PROLONGEMENTS POSSIBLES

- Représenter par un histogramme les résultats de ces deux enquêtes à l'aide d'un tableur-grapheur.
- Proposer aux élèves une enquête dans leur classe ou dans leur collège concernant la consommation d'eau (le nombre d'appareils électroménagers, le nombre de douches, bains, piscine…).
- Recherche sur Internet : la consommation d'eau dans le monde.

EXERCICE 4

Distances de freinage, d'arrêt, de sécurité

NOTIONS ABORDÉES
Les fonctions.

COMPÉTENCES SPÉCIFIQUES
3. Décrire le comportement particulier d'une grandeur.
6. Connaître les comportements favorables à la santé et à la sécurité.

Comprendre les réactions d'une voiture en cas de freinage et, en particulier, avoir une idée de la distance de freinage, est une nécessité pour les professionnels du secteur de l'automobile. Cela permet aussi en tant que conducteur, d'adapter son comportement et d'anticiper les accidents. De plus, cette activité permet de préparer les élèves à l'ASSR en classe de troisième en soulignant les dangers de la vitesse.

ÉNONCÉ

L'intervalle de sécurité est l'intervalle que l'automobiliste doit maintenir avec le véhicule qui le précède afin d'éviter l'accident en cas de freinage inattendu. C'est la distance parcourue en 2,5 secondes (temps de réaction 1 s + temps de freinage 1,5 s).

Vitesse en km/h	40	50	80	90	110	130	150
Distance de sécurité en m							

1. Compléter le tableau ci-dessus.

2. Représenter graphiquement la distance de sécurité en fonction de la vitesse.

3. Que remarque-t-on ?

4. Soit x la vitesse en km/h, exprimer en mètres la distance de sécurité en fonction de x.

5. Sachant qu'on estime être à 80 m du véhicule qui précède, à quelle vitesse maximale doit-on rouler pour s'arrêter à temps ? Répondre à la question par un calcul puis le vérifier sur le graphique.

6. Lors d'un freinage d'urgence, le temps que met une voiture à s'arrêter est la somme du temps de réaction du conducteur (une seconde environ) et du temps de freinage. La distance d'arrêt est donc la somme de la distance parcourue pendant le temps de réaction et la distance de freinage.

La distance de freinage, pour un véhicule donné est : $\text{Df} = \dfrac{V^2}{254 \times a}$ où V est la vitesse en m/s et a est le coefficient d'adhérence de la chaussée. Sur route sèche $a = 0{,}8$ et sur route mouillée $a = 0{,}4$.

7. Compléter les tableaux suivants :

Vitesse en km/h Route sèche	40	50	80	90	110	130	150
Distance de sécurité en m							

Vitesse en km/h Route mouillée	40	50	80	90	110	130	150
Distance de sécurité en m							

8. Représenter graphiquement la distance d'arrêt sur route sèche et sur route mouillée en fonction de la vitesse dans le repère précédent.

9. Que peut-on remarquer ?

10. Une personne est victime d'un accident en ville, il y a des traces de freinage sur 29 mètres, la route est sèche. Quelle estimation de la vitesse de la voiture avant freinage peut-on faire ? Qu'en pensez-vous ?

SCÉNARIO

• Cette activité peut permettre d'introduire la notion de fonction ; trois sont étudiées dont une fonction linéaire (la distance parcourue pendant le temps de réaction étant proportionnelle à la vitesse). Pour une première approche, on peut simplement travailler sur le tableau de valeurs et la représentation graphique de chacune des fonctions et introduire ensuite les formules.
Le repère peut être donné par l'enseignant ou choisi par les élèves.
Un travail sur les conversions est nécessaire. Utilisation possible d'un tableur-grapheur pour saisir les formules et construire le tableau de valeurs puis tracer la représentation graphique.
Aux questions 9 et 10, les élèves doivent émettre des remarques en s'aidant des graphiques, en repérant les points d'intersection.

Fichiers à télécharger sur www.onisep.fr/equipeseducatives/maths : Chap1Exo4.xls ; Chap1Exo4.ods

PROLONGEMENTS POSSIBLES

- Travail sur le temps de réaction lié à la consommation d'alcool, de médicaments, affichage sur la prévention... en lien avec la physique-chimie, les SVT, les arts plastiques…

EXERCICE 5

Salaire homme/femme

NOTIONS ABORDÉES
Mise en équation et résolution d'une équation à une inconnue.

COMPÉTENCES SPÉCIFIQUES
3. S'interroger sur la signification des nombres d'un tableau.
5. Décrire les différentes formes d'inégalités et leurs conséquences.

En 2006, dans les entreprises, la rémunération moyenne des femmes était inférieure de 27 % à celle des hommes. L'écart de salaire entre les hommes et les femmes est plus grand chez les salariés plus âgés et chez les plus diplômés. Malgré les mesures prises et les actions menées par les pouvoirs publics et les entreprises, les différences entre les hommes et les femmes subsistent. Une vue sur ces inégalités à l'aide des mathématiques !

ÉNONCÉ

■ Répartition des salaires dans l'entreprise

Classes	Effectifs Femmes	Effectifs Hommes
[1 000 ; 1 200[	10	4
[1 200 ; 1 400[	16	8
[1 400 ; 1 600[	18	25
[1 600 ; 1 800[	6	10
[1 800 ; 2 000[	2	4
[2 000 ; 2 200[	1	3

1. Calculer le salaire moyen des hommes, des femmes, puis de l'ensemble (arrondir à l'unité).

2. Quel est le salaire médian des femmes, des hommes et de l'ensemble ?

3. Construire un histogramme des salaires des hommes et des salaires des femmes.

4. Interpréter les résultats.

Salaire net annuel moyen des dirigeants de société

Secteur d'activité	Proportion de femmes en %	Salaires nets annuels (milliers d'euros)		Écarts de salaires femme/homme en %
		femmes	hommes	
Industrie	13,2	45,6	62,6	– 27,2
Construction	7	34,8	40,6	– 14,3
Commerce	21,6	—	48	– 29,8
Services	20,5	39	—	– 40,5
Ensemble	17,4	37,8	55,9	– 32,4

Source INSEE DADS 2006.

1. Comment obtient-on la dernière colonne, le vérifier avec – 27,2 (arrondir au dixième).

2. Soit x le salaire moyen annuel des femmes et y celui des hommes. Exprimer en fonction de x et de y l'écart moyen des salaires des femmes par rapport aux salaires des hommes.

3. Compléter le tableau.

SCÉNARIO

Cet exercice se compose de deux parties abordables séparément.

• La partie A propose un travail en lien avec les statistiques que l'on peut prolonger avec les calculs des quartiles. Les calculs se font à la calculatrice. Pour le calcul des moyennes des salaires des hommes, puis des femmes, puis de l'ensemble, on peut faire remarquer qu'il n'est pas équivalent de faire la moyenne des moyennes des salaires.

• La partie B reprend des sources officielles traitant des inégalités salariales de dirigeants de société en fonction de leur sexe. Les élèves doivent comprendre les données et les calculs sous-jacents. Pour une meilleure compréhension des élèves, il est utile de formaliser avec une phrase les données de la première ligne : « Dans l'industrie 13,2 % des dirigeants de société sont des femmes dont le salaire annuel moyen est de 45 600 euros contre 62 600 euros pour les hommes, ce qui représente un écart de 27,2 % par rapport à celui des hommes ».

• L'expression demandée à la question 2 permet de compléter les deux données manquantes du tableau à l'aide de deux équations à résoudre.

PROLONGEMENTS POSSIBLES

- Utiliser des sources officielles INSEE pour prolonger la réflexion en comparant les écarts de salaires des dirigeants hommes/femmes par ceux des employés, ouvriers, cadres.
- Comparer en lien avec l'orientation, les diplômes et les poursuites d'études filles-garçons et en débattre (voir mise en perspective de ce chapitre).

Pourquoi les hommes gagnent-ils plus ?

Les salaires des femmes sont inférieurs de 25 % en moyenne à ceux des hommes. Un écart expliqué pour une grande part par des différences liées aux caractéristiques des postes occupés, la durée du temps de travail principalement, souvent plus subie que choisie. Mais au final, près de 7 points d'écart ne peuvent être expliqués par des facteurs « objectifs » et relèvent notamment de phénomènes de discrimination.

D'où vient l'écart de salaire entre les sexes ?

ÉCART DE SALAIRE HOMMES/FEMMES EN 2002, SECTEURS PUBLIC ET PRIVÉ, EN %.

Écart total [1]	25,2
Écart expliqué par les différences de caractéristiques	18,4
Dont durée du travail	12,1
Catégorie socioprofessionnelle	6,5
Secteurs	2,0
Niveau d'études [2]	– 1,5
Autres	– 0,7
Écart non expliqué, dont discriminations	6,9

1. Lecture : les salaires des femmes sont en moyenne inférieurs de 25 % à ceux des hommes. Sur ces 25 %, 12 points relèvent des différences de temps de travail.
2. Chiffre négatif : en moyenne, celui des femmes est supérieur à celui des hommes.

Source : Alternatives Économiques Hors-Série n°78 - 4e trimestre 2008.
(Tableau repris de « Économie et statistique n°398-399, mars 2007 »).

EXERCICE 6

Puissances et grandeurs astronomiques

NOTIONS ABORDÉES
Les échelles, les puissances

COMPÉTENCE SPÉCIFIQUE
3. Utiliser ses connaissances sur les principales caractéristiques de l'organisation de l'Univers ; concevoir, réaliser et utiliser un objet technique

Au cours de leur brève histoire d'à peine quelques milliers d'années, les mathématiques ont démontré leur extraordinaire efficacité pour organiser et interpréter les informations relatives à notre monde. Par exemple, alors que l'homme est emprisonné dans son « petit » système solaire, il sait déterminer l'ordre de grandeur du nombre des atomes qui constituent l'univers tout entier*. Autre exemple, – même si notre planète se déplace à la fantastique vitesse de 1 200 km/s (ce qui signifie qu'en une année nous nous sommes déplacés de presque 38 milliards de km), – grâce à des théories mathématiques complexes, nous sommes capables de nous situer avec une précision inouïe à l'aide d'un banal GPS.

** Environ 10^{80} : consulter http://www.lacosmo.com/dixpuissance80.html*

Les exercices qui suivent illustrent simplement ces phénomènes. Appréhender l'infiniment grand et l'infiniment petit, en nous situant dans le système solaire.

ÉNONCÉ

■ Calculer

L'objectif de l'activité est de réaliser une maquette du système Soleil-Terre-Lune afin d'observer les phases de la Lune. Les données suivantes sont supposées connues :
Diamètre (en km) : Soleil : 1 400 000 ; Terre : 12 800 ; Lune : 3 500.
Distance (en km) : Soleil-Terre : 150 millions ; Terre-Lune : 375 000.

1. Pour le système Soleil-Terre-Lune, on adopte une réduction au milliardième (un millimètre représente mille kilomètres).

a) Vérifier que sur la maquette, le Soleil est représenté par une boule de diamètre 1,40 m.

b) Calculer de même les diamètres des boules qui représentent la Terre et la Lune.

c) Quelle serait la taille d'un homme de 2 m dans une telle maquette ?

d) Calculer les distances Soleil-Terre et Terre-Lune sur cette réduction. Discuter et conclure.

« Rien ne peut fixer le fini entre les deux infinis qui l'enferment et le fuient ».

BLAISE PASCAL 1623-1662

■ Représenter

On choisit donc de représenter le système Soleil-Terre-Lune par un système beaucoup plus simple : au centre d'un disque en carton correspondant à la révolution de la Lune autour de la Terre, on fixe une balle représentant la Terre dont la moitié est recouverte de peinture noire, parce que cette partie de la Terre ne reçoit pas la lumière du Soleil. On considère que la Terre est immobile (repère géocentrique).

1. Quelle échelle doit-on prendre si l'on veut que la maquette tienne sur un carton de format A4 ?

2. Comment est représentée la Lune ?

3. Calculer alors toutes les données nécessaires. Discuter et conclure.

■ Utiliser une maquette

Sur une maquette similaire à la précédente, on repère huit positions particulières en traçant sur l'orbite lunaire deux diamètres perpendiculaires et leurs bissectrices. La direction des rayons lumineux est indiquée par la position de la partie recouverte en noire. Placer la Lune sur une position repérée et orienter la face éclairée en direction du Soleil.
Observer alors l'aspect de la Lune en regardant suivant la direction Terre-Lune, l'axe de visée passant par les deux centres des boules. Rassembler ces informations dans un tableau.

Position	1	2	3	4	5	6	7	8
Observation								
Phase de la Lune								

SCÉNARIO

• Cette activité est interdisciplinaire, elle peut être conduite conjointement avec le professeur de Sciences Physiques notamment pour l'utilisation de la maquette et l'interprétation des phases de la Lune, voire avec un professeur d'Éducation Physique et Sportive, si l'on veut se rendre compte sur le terrain, planètes réduites en main, de l'étendue du système solaire (un travail pourrait être conduit sur carte IGN des abords du collège).
• L'exercice apporte à l'élève une approche pragmatique de la notation puissance qui prend vraiment son sens avec les nombres astronomiques. Il permet aussi de comprendre pourquoi il est difficile de reproduire à l'échelle certains phénomènes et comment y remédier sans modifier les conclusions des observations. Enfin, chacun peut s'approprier une modélisation simple des phases de la Lune, sur une maquette bon marché.
Dans ses prolongements, l'activité fixe les connaissances sur le système Soleil-Terre-Lune et peut amener l'élève à prendre conscience de la mesure de l'Homme dans l'univers. On pourra compléter cette impression de vide sidéral en traçant la modélisation proposée à l'échelle avec un logiciel de géométrie.

Fichier joint de la maquette avec geogebra à télécharger sur
www.onisep.fr/equipeseducatives/maths : Chap1Exo6.ggb

On pourra aussi proposer une visualisation des phases de la Lune :
http://www.univ-lemans.fr/enseignements/physique/02/divers/phaselune.html

PROLONGEMENTS POSSIBLES

Reprendre les calculs pour le système solaire en entier réduit au dix-milliardième. On aboutit alors au tableau ci-dessous :

Planète	Mercure	Vénus	Terre	Mars	Jupiter	Saturne	Uranus	Neptune	Pluton
Diamètre (mm)	0,5	1,2	1,3	0,7	14	12	5,1	5	0,2
Distance au Soleil (m)	5,8	11	15	23	78	143	288	450	592

Ce travail rend compte de l'immensité de l'espace et du vide qui y règne.
• Compléter l'étude par des calculs de durée (combien de temps faut-il à la lumière du Soleil pour nous atteindre ? Combien de temps mettrait une fusée pour atteindre les confins du système solaire ? Qu'est-ce qu'une année-lumière ? Etc.).

Des nombres vraiment très grands

Le googol et le googolplex

Ce nom de Googol a été créé en 1938 par le neveu du mathématicien Edward Kasner (*Mathematics and the Imagination*, 1940) : c'est la puissance cent de 10 (Googol : 10^{100}) ; le Googolplex est la puissance Googol de 10 : il s'écrit donc avec un 1 suivi de 10^{100} zéros. Nous savons définir et utiliser le Googolplex à l'aide de la notation puissance mais sans cette notation, nous n'aurions pas assez de toute la matière contenue dans notre univers pour le retranscrire et le temps qu'il nous faudrait pour le faire dépasserait aussi la durée de vie de celui-ci. En cela, le Googol borne nos connaissances accessibles. C'est peut-être la raison pour laquelle un célèbre moteur de recherche du net s'en est inspiré pour s'identifier.

EXERCICE 7

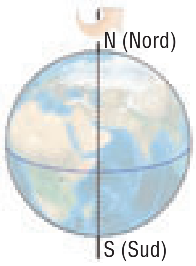
Notre planète

NOTIONS ABORDÉES
Les coordonnées terrestres, géométrie dans l'espace.

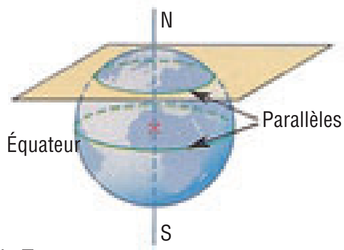
COMPÉTENCES SPÉCIFIQUES
3. Utiliser les connaissances des principales caractéristiques de la Terre.
4. Utiliser un logiciel de géométrie dans l'espace.

Dès lors que l'on veut communiquer sa position à d'autres, par exemple dans le cadre du commerce international, il faut adopter une norme commune de positionnement. Ainsi, sur un plan, on définit un repère gradué. Qu'en est-il pour la sphère terrestre ? Quels sont les fondements des coordonnées géographiques. Comment les utilise-t-on ?

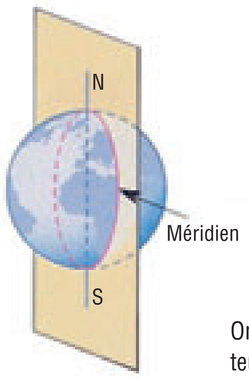
Rappel : les coordonnées géographiques



La surface de la terre peut être assimilée à une sphère de circonférence égale à 40 mille de Km. Elle tourne sur elle-même en 24 heures autour d'un de ses diamètres dont les extrémités sont appelées le pôle Nord (N) et le pôle Sud (S).

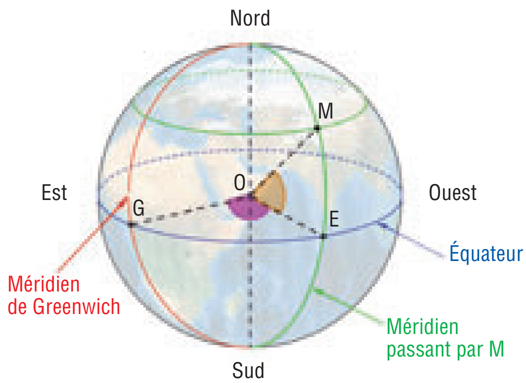


On le nomme l'axe de la sphère terrestre.
On considère ensuite deux types de section de la Terre :
Un plan perpendiculaire à l'axe coupe la sphère suivant un cercle appelé « parallèle ».
En particulier, l'Équateur est le parallèle passant par le centre O de cette sphère ; il partage la terre en deux hémisphères : l'Hémisphère Nord et l'Hémisphère Sud.



Un plan contenant l'axe coupe la sphère suivant deux demis grands cercles de diamètre [NS] appelés « méridiens ». Le méridien de Greenwich (situé dans la banlieue de Londres) est le méridien origine.

On note G le point d'intersection de l'Équateur et du méridien de Greenwich et on considère un point M quelconque situé à la surface de la Terre. Il est situé à l'intersection d'un parallèle et d'un méridien.
Désignons par E, le point d'intersection de l'Équateur avec le méridien passant par M.
La figure forme deux angles l'angle $\widehat{EOG}$ et l'angle $\widehat{MOE}$ qui définissent les coordonnées géographiques du point M :
– la latitude du point M est la mesure, exprimée en degrés, de l'angle $\widehat{MOE}$ suivie de N ou de S, selon l'hémisphère dans lequel se trouve le point M.
– la longitude du point M est la mesure, exprimée en degrés, de l'angle $\widehat{EOG}$ suivie de E ou de W selon que le point M se situe à l'Est (E) ou à l'Ouest (W) du méridien de Greenwich.



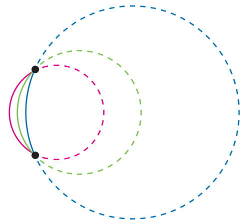
Par exemple, la ville de Paris a pour coordonnées 49°N 2°E et la ville de Rio de Janeiro 23°S 43°W.

ÉNONCÉ

■ Le plus court chemin

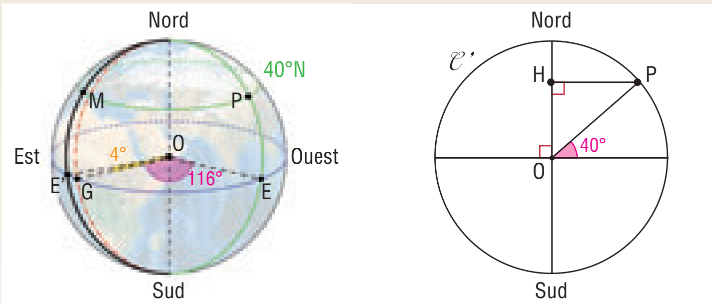
1. Un avion doit se rendre de Madrid (40°N 4°W) à Pékin (40°N 116°E). Pour effectuer ce parcours, un pilote d'avion envisage deux chemins différents :
- il maintient son avion sur le même parallèle (on parle de trajet loxodromique) ;
- il maintient son avion sur le même méridien de Madrid au pôle Nord, où il adopte le méridien de Pékin.
Comparer les deux vols.

2. On cherche alors à déterminer le plus court chemin entre ces deux villes (on parle de trajet orthodromique).
Considérons les arcs colorés ci-contre.
Quel est celui le plus court ? À quel rayon correspond-il ?
Expliquer pourquoi le plus court chemin pour joindre Madrid à Pékin est celui qui correspond au plus grand cercle de centre O qui passe par ces deux points. S'agit-il d'un méridien ?



SCÉNARIO

• Pour mener à bien l'exercice, l'élève doit comprendre les définitions de latitude et de longitude.
• Il doit se représenter les deux trajets avec une figuration de la sphère dans l'espace et dans le plan (section). Il peut s'aider d'un logiciel de géométrie dans l'espace.
• Les calculs font appel à la trigonométrie (sinus), à la formule donnant le périmètre d'un cercle et à la proportionnalité (secteur angulaire).



Un autre intérêt de cet exercice est qu'il initie des interrogations sur la recherche du plus court chemin, en particulier, dans des cas complexes où les deux aéroports ne sont pas situés sur un même parallèle. Or, ce problème revêt une importance considérable pour les compagnies aériennes ou maritimes tant du point de vue de l'économie que de l'écologie (consommation de carburant).
On peut pousser davantage la réflexion en faisant remarquer que dans leurs trajets, ces compagnies utilisent des cartes fournies par les géographes, que celles-ci sont forcément approximatives puisqu'elles sont construites à l'aide de la projection délicate d'une sphère sur un plan. Pour réduire les erreurs, les géographes sont donc conduits à utiliser les mathématiques.

PROLONGEMENTS POSSIBLES

- Mener des recherches sur les différents types de projection utilisées en géographie et constater les déformations souvent importantes qu'elles engendrent.
- Parcourir la Terre et le ciel avec le logiciel gratuit GoogleEarth.
- Construire un globe terrestre. Mener des recherches sur le calcul de la longueur de la Méridienne (travaux de Méchain, Delambre...).

Mise en perspective

Allégorie de la géométrie, femme enseignant à des moines, vers 1309-1316.

Explorer pour découvrir, s'informer pour comprendre. Et si l'angle de vue choisi pour entamer une démarche d'orientation était celui des mathématiques ? S'interroger sur la manière dont cette discipline a participé à l'exploration et à la compréhension du monde peut être un moyen de changer de regard sur ce qui nous entoure. À quoi servent les mathématiques ? Quelles représentations ou stéréotypes leur sont liés, quels liens peuvent s'établir avec d'autres domaines culturels et quels métiers illustrent leur place dans la vie professionnelle ?

COMPÉTENCES

7. Connaître l'environnement économique, les métiers des différents secteurs professionnels et les parcours de formation.

5. Comprendre l'unité et la complexité du monde.

3. Observer, recenser des informations.

LE PARCOURS D'ESTELLE

« Le fait d'être une femme dans un monde plutôt masculin, en étant un peu hors du lot, a souvent été un atout. On n'a jamais démontré que le cerveau masculin était plus apte à faire des mathématiques et le cerveau féminin, plus apte pour les sciences sociales, humaines ou médicales. »

Estelle, ingénieure chargée de recherche en acoustique à la SNCF *(> page 79, son parcours complet).*

POURQUOI LES MATHÉMATIQUES ?

Compter, mesurer : certaines opérations apprises en mathématiques peuvent être associées spontanément à des activités professionnelles, Comment aller au-delà des évidences ? Comment explorer ce que l'on ne connaît pas ? Quels sont les métiers nécessitant des connaissances et des compétences en mathématiques auxquels on ne pense pas ? Quels sont les études et les diplômes dans lesquels les mathématiques ont une place privilégiée ?

➔ Classer des métiers

Donner aux élèves, répartis en 3 groupes, la liste de métiers ci-après et leur demander de les classer, en distinguant les métiers qui nécessitent l'utilisation régulière des mathématiques (exemples en bleu), et ceux dont la représentation est liée à d'autres domaines que les seules mathématiques (en vert) ; leur demander d'expliciter leur choix, puis de citer un exemple de métier dont le rapport avec les mathématiques est encore moins spontanément évident (en orange) :

Ingénieur(e) en informatique, boulanger(ère), trader, chargé(e) d'études marketing, chef de projet culturel, designer d'espace, menuisier(ère), ingénieur(e) du son, conseiller(ère) en économie sociale et familiale, expert-auto, manipulateur(trice) radiologiste, pilote d'avion, éditeur(trice), architecte, journaliste (finances), logisticien(ne), gestionnaire, restaurateur(rice)…

Ce classement n'a pas vocation à être totalement objectif mais est plutôt l'occasion d'un débat sur l'importance de la place des mathématiques dans quasiment toute activité professionnelle.
Leur demander en fin d'exercice de définir ce qu'est pour eux un métier scientifique.

Prolongements possibles
Leur faire identifier des métiers dans lesquels, certaines notions de mathématiques du chapitre (ex moyenne, médiane…) sont à leur avis très utilisées.
On peut aussi leur faire construire collectivement une liste de métiers (une trentaine) à partir de l'index des mots-clés du Dico des métiers puis leur demander de les classer.

> **Voir :** Les sciences aujourd'hui Exercer un métier scientifique, collection Informer, Onisep, 2005.

> **Voir :** « Dico des métiers », Onisep, 2009.

« En mathématiques, il y a un élan créatif, tout est mouvant et cherche à s'exprimer »… Rien à voir avec les ennuyeuses mathématiques « mortes et desséchées » que l'on imagine !

Claire Voisin, directrice de recherche à l'Institut de mathématiques de Jussieu ;
Le journal du CNRS n°221, juin 2008.

➔ Repérer la place des mathématiques dans l'entreprise

À partir de la liste des différentes fonctions de l'entreprise : administrer, concevoir, produire, gérer, vendre, demander aux élèves de repérer, la place des mathématiques dans chacune d'elles et les métiers qui y concourent.

Prolongement possible
Faire rechercher au CDI des informations complémentaires sur les métiers, et élaborer des fiches-métier en faisant ressortir ceux dont les activités sont liées à des connaissances mathématiques, ainsi que les parcours de formation qu'ils nécessitent.

> **Voir :** onisep.fr/equipeseducatives, les activités pédagogiques.

➔ Observer autour de soi

Une devinette simple et pourtant !

Je suis à Paris, je vais à Lyon (450 Km) : 1) en 2 heures ; 2) en 3 heures 30 ; 3) en 10 jours.
– Quel moyen de transport ai-je pris à chaque fois : TGV, voiture, vélo ?
– Comment ai-je pu répondre à cette question ?

• Après avoir mis en évidence le recours implicite à un raisonnement mathématique, leur faire rechercher d'autres exemples ; en prolongement, leur proposer de découvrir dans leur environnement proche, un objet, édifice ou lieu, témoignant d'une activité humaine liée à la mesure, ou du rôle des mathématiques dans la vie quotidienne.
Par exemple : à Paris, le mètre étalon présenté depuis le 7 avril 1795, sur une plaque de marbre au 36 rue de Vaugirard ; ailleurs, un pont, une église, les plans du cadastre, des tableaux dans un musée pour la perspective (artistes de la Renaissance, Escher…), une exposition photo, etc.
• Relever les observations : sont-ils surpris ? Les mathématiques au travers de la mesure, du calcul ou de la géométrie, sont-elles partout ? Remarquent-ils l'importance de la gestion et de la prévision ?
Il est possible d'organiser un débat pour la classe entière : pourquoi la société forme-t-elle des mathématiciens ?

> **Voir aussi :** Le Monde, Dossiers et Documents, Sciences, L'histoire fabuleuse du système métrique, mars 2009.

E*lle* = MC²

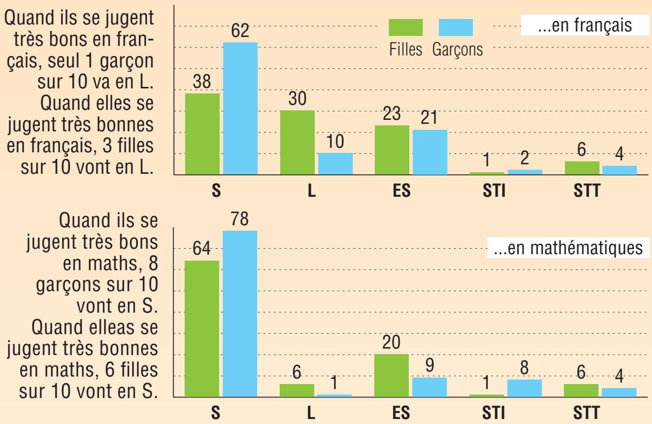
Kant disait, il y a 200 ans : « une femme qui sait le grec est si peu une femme qu'elle pourrait bien avoir une barbe » ; que dirait-il des mathématiciennes ? Choisir les mathématiques quand on est une femme est-ce si exceptionnel ? Pourquoi les filles, si nombreuses à réussir les différents bacs, se dirigent-elles si peu vers des études scientifiques ?

➲ Comparer deux points de vue

• Répartir les élèves en 2 groupes, un de filles, un de garçons ; leur présenter les chiffres ci-dessous, et leur demander de les analyser ; puis sous forme de débat, de les expliquer.
Ils trouveront des arguments pour défendre l'idée que les filles devraient faire des maths ; compareront les arguments.

> **Voir aussi :** http://eduscol.education.fr/D0234/filles_garcons_chiffres2008.pdf

Répartition dans les séries du baccalauréat des élèves se jugent, en fin de collège, de très bon niveau…



➲ Bousculer les idées reçues

• Proposer aux élèves un défi et un débat ; les répartir en trois groupes, l'un composé de filles, l'autre de garçons et enfin le 3e mixte ; chacun élabore 5 affirmations sur le rapport entre les études et métiers scientifiques, et le fait d'être une fille ou un garçon ; l'ensemble des affirmations est rassemblé pour constituer un questionnaire *Vrai/Faux* qui sera proposé alors à des élèves d'une autre classe, répartis eux-mêmes en trois groupes identiques. Leur demander d'analyser les réponses obtenues et organiser un débat en choisissant une des affirmations proposées.

Exemples d'affirmations possibles :
- Certains métiers techniques sont trop durs pour les filles : Vrai/Faux
- Les garçons ont souvent plus d'ambition que les filles : Vrai/Faux
- Les filles réussissent mieux à l'école que les garçons : Vrai/Faux
- Il n'a pas de différence dans le choix des métiers : Vrai/Faux

LE LOOK DU MATHEUX

« *Je suis nul en mathématiques* ». Voilà un cliché bien répandu, exprimé souvent avec indifférence voire avec une certaine fierté ! Comment se représente-t-on les mathématiques et ceux qui y excellent ? Ces images ou représentations peuvent être propres à chacun, partagées au niveau familial, ou encore socialement véhiculées par les médias, la littérature et le cinéma, jouent-elles un rôle dans la réussite de chacun dans cette discipline ?

➲ Le jeu du portrait-robot

Quelles images a-t-on des mathématiques et des matheux ?
• Demander aux élèves de décrire le plus spontanément possible individuellement et par écrit, la manière dont ils se représentent « les matheux » ; puis mettre en commun : est-ce un homme, une femme, quelles sont ses caractéristiques ?
• Leur demander ensuite de citer plusieurs métiers en rapport avec les mathématiques : quelles images ont-ils des professionnels les exerçant ?
Quels stéréotypes relèvent-ils ? Comment les faire évoluer ?
• Leur proposer de rechercher des portraits de matheux dans la littérature ou au cinéma.

> **Voir aussi :** Le site créé par le Conseil général de l'Essonne, La banque des savoirs, rubrique la matière, mathématiques, les jeunes et la science, dossier : Mathématiciens sous les projecteurs http://www.savoirs.essonne.fr,

Prolongement possible
Leur demander de regrouper en deux colonnes leurs raisons d'aimer et de ne pas aimer les mathématiques, et d'attribuer à ces raisons une note de 1 à 5 : qu'observent-ils ?

> **Voir aussi :** http://www.pedagopsy.eu/mathematique.htm

➲ Vouloir faire des mathématiques

Pour les élèves de troisième, la distinction n'est pas évidente entre les mathématiques « pures » et les mathématiques « appliquées », les parcours de formation sont souvent mal identifiés et leurs intitulés peuvent paraître compliqués. Proposer aux élèves de découvrir des diplômes sanctionnant des études scientifiques ; à partir d'une recherche au CDI de répondre aux questions suivantes :
– peut-on se passer des mathématiques dans ses études ? ;
– faut-il toujours faire des études longues quand on veut faire des mathématiques ?

RENDRE LE MONDE INTELLIGIBLE

Explorer l'environnement professionnel et s'informer sur les parcours de formation fait partie intégrante d'une démarche d'orientation. Elle-même s'inscrit dans la finalité de l'école comme moyen privilégié de comprendre le monde, d'analyser et d'interpréter ce qui nous entoure, de lui donner du sens, de le décoder. Les sciences comme la SVT, la physique, la chimie nous donnent une lecture des phénomènes naturels ; l'histoire, la géographie, le français et les langues, nous permettent de mieux comprendre le fonctionnement des sociétés humaines. Les mathématiques, dans leurs liens avec les autres sciences et le monde réel, sont à la fois, le fondement de la démarche et de la recherche scientifique, et aussi une source d'avancée dans bien d'autres domaines comme l'art, l'architecture, la peinture, la musique.

➔ Identifier ses représentations

• Faire réfléchir les élèves sur la raison d'être et l'utilité des matières scolaires ; après avoir organisé 4 groupes, chacun choisissant une discipline différente (mathématiques, LV, éducation physique, histoire-géographie) leur demander de rechercher dans ce qu'ils ont appris un exemple de ce qui, à leur avis, leur sera utile :
- dans leur vie quotidienne ;
- dans leur vie professionnelle ;
- dans leur développement personnel et culturel.

Mettre au tableau et comparer les réponses, les observations qu'ils font, à propos des images toutes faites ou des stéréotypes, voire des contradictions, etc.

➔ Comprendre la place des mathématiques dans la culture

Demander aux élèves de repérer tous les domaines de connaissance, dans lesquels les mathématiques sont un outil nécessaire. (soit pour exprimer les résultats sous forme d'équations, de probabilités… soit à cause des calculs ou des mesures) ; puis de déterminer deux ou trois métiers qui l'illustrent, collecter leurs réponses dans un brainstorming et leur demander de les compléter par une recherche documentaire au CDI sur les métiers.
Par exemple, les probabilités en économie, la géométrie en architecture, les chiffres dans la comptabilité, l'aléatoire dans les arts plastiques, les mathématiques et la musique…

> **Voir aussi :** Culture Maths, Seuil, 2008.

Prolongement possible
En savoir plus sur un métier mal connu des élèves : l'ingénieur ; que fait-il et où travaille-t-il ? En quoi peut-il être utile dans les domaines de la culture ? Leur demander de rechercher des exemples.
Demander aux élèves de faire une recherche au CDI sur le métier d'ingénieur ; de déterminer leurs activités et fonctions, les domaines dans lesquels ils travaillent, les connaissances et les applications mathématiques qu'ils utilisent suivant le secteur dans lequel ils sont.

> **Voir l'activité :** « Ingénieur, un titre, des métiers » sur le site onisep.fr/equipeseducatives, rubrique : activités pédagogiques, saisir « ingénieur » et lancer la recherche.

MÉTIER

Faire avancer les connaissances : le chercheur

Biologistes, agronomes, démographes, linguistes, physiciens..., les chercheurs produisent des connaissances et des savoirs nouveaux au service de la société, dans des domaines extrêmement variés. Ils travaillent dans des laboratoires de recherche, publics ou privés, ils diffusent leurs résultats dans des articles, participent à de nombreux séminaires ou colloques et peuvent assurer des cours.
Voir aussi : un DVD pour découvrir les métiers de la recherche : « métier : chercheur », Onisep.

Représenter et communiquer

COMPÉTENCES

3. Rechercher, extraire et organiser l'information utile.

3. Présenter la démarche suivie, les résultats obtenus ; communiquer en utilisant un langage mathématique adapté.

7. Mettre en relation les acquis des disciplines et les mobiliser dans des situations variées.

Faire passer des messages, se faire comprendre dans sa propre langue ou dans une langue étrangère, bien s'exprimer, argumenter, défendre son opinion : tout peut être objet de communication. Et les mathématiques permettent de développer les compétences nécessaires à tout acte communicatif.

Outre la maîtrise de la langue usuelle, communiquer en cours de mathématiques permet de faire sentir la nécessité, dans certaines situations, d'un langage spécifique pour s'exprimer clairement, convaincre, faire passer des idées.

Les mathématiques, en utilisant leur langage propre, permettent une modélisation des situations de la vie courante. Le vocabulaire et le symbolisme ainsi que les axiomes posés et les théories développées, confèrent le statut d'outil de communication universel.

Néanmoins, il faut garder présent à l'esprit que cette universalité ne nous dispense pas de la question du sens d'une notion (volume et contenance ou poids et masse) ou du sens spécifique de certains termes (hypothèse ou fonction en français et en mathématiques).

Exercices

On attend des élèves qu'ils soient capables de communiquer, d'argumenter, de se faire comprendre en mathématiques de façon intelligible et soignée et en intégrant petit à petit de la rigueur et tous les signes propres à la discipline. Rédiger une démonstration suppose de donner toutes les informations nécessaires et l'obligation de précision dans les formulations est peu à peu mise en avant. Une démonstration doit être irréfutable et compréhensible pour tous ceux qui voudraient la vérifier. Sa communication est essentielle, elle doit être menée avec rigueur, clarté et concision.

EXERCICE 1

Les sorties précoces du système éducatif

NOTION ABORDÉE
Tracer un histogramme à partir d'un tableau donné sur feuille ou sur tableur.

COMPÉTENCES SPÉCIFIQUES
3. Rechercher, extraire et organiser l'information utile.
5. Situer la place de la France en Europe.

L'entreprise est à la recherche de qualifications de plus en plus élevées pour faire face au développement de technologies en constante évolution et pour une bonne compréhension des consignes de travail.
Lors de sa scolarité, un jeune doit développer de l'intérêt et de la curiosité, si utiles pour réussir ensuite sa vie professionnelle. Face au nombre, en baisse mais encore inquiétant, de sorties du système scolaire sans qualification, il paraît intéressant d'étudier ce phénomène du point de vue européen à la lumière des mathématiques.

ÉNONCÉ

En France, 13 % des jeunes de 18 à 24 ans qui ne poursuivent pas d'études ni de formation n'ont ni CAP, ni BEP, ni bac et sont sortants précoces.

1. Calculer la moyenne des sorties précoces en Europe à l'aide des données du tableau. Que remarquez-vous ? Justifier.

2. Tracer une représentation graphique de ce tableau sur tableur ou sur une feuille.

SORTIES PRÉCOCES DES JEUNES DE 18 À 24 ANS

Pays	%
Allemagne	13
Autriche	11
Belgique	12
Bulgarie	17
Chypre	13
Danemark	12
Espagne	31
Estonie	14
Finlande[1]	8
France	13
Grèce	15
Hongrie	11
Irlande	12
Italie	19
Lettonie[1]	16
Lituanie	9
Luxembourg	15
Malte	37
Pays-Bas	12
Pologne	5
Portugal[1]	36
Républ. tchèque[2]	6
Roumanie	19
Royaume-Uni[2]	13
Slovaquie	7
Slovénie	4
Suède[2]	12
Union européenne	15

1. Données provisoires.
2. Données de 2006.

Source : calculs Eurostat à partir des enquêtes communautaires sur les forces de travail.

3. Compléter le tableau suivant : tracer l'histogramme de cette série.

Sorties précoces en 2007	[0 ; 5[	[5 ; 10[	[10 ; 15[	[15 ; 20[	[20 ; 25[	[25 ; 30[	[30 ; 35[	[35 ; 40]
Nombre de pays européens								

4. Compléter le tableau suivant :
Tracer l'histogramme de cette nouvelle série.
5. Quel graphique résume le mieux les données du tableau ?

Sorties précoces en 2007	[0 ; 10[	[10 ; 20[	[20 ; 30[	[30 ; 40]
Nombre de pays européens				

SCÉNARIO

Cet exercice peut se faire à l'aide d'un tableur : les élèves doivent construire des graphiques et les analyser.
- La moyenne indiquée dans le tableau est différente de celle obtenue à partir des données parce qu'elle est calculée sur la population totale de l'Europe.
- Les élèves doivent remarquer que les taux de sortie du système scolaire sont concentrés sur un groupe assez important de pays, ainsi que les valeurs plus marginales de deux pays. Avenir compromis pour bon nombre de jeunes…

Fichier à télécharger sur Open Office ou Excel :
www.onisep.fr/equipes éducatives/maths : Chap2Exo1.xls ou Chap2Exo1.ods.

PROLONGEMENTS POSSIBLES

Faire réfléchir aux répercussions du niveau de qualification sur l'emploi et aux poursuites d'études.

EXERCICE 2

You say mathematics

NOTIONS ABORDÉES
Calculer des probabilités dans des contextes familiers.
Calculer le PGCD de deux entiers.

COMPÉTENCE SPÉCIFIQUE
2. Savoir repérer des informations ciblées dans un document écrit.

Dans une situation professionnelle et quel que soit le domaine dans lequel on se trouve, il faut savoir travailler en équipe et donc communiquer, parfois même dans une seconde langue. Comprendre l'autre, se faire comprendre rend performante une activité professionnelle. Et puis, les mathématiques sont aussi faciles en anglais qu'en français ! Aren't they ?

ÉNONCÉ

1. A box contains 2 black balls and a yellow one. Another box contains a black ball and a yellow one. Two balls are removed at the same time, one in each box. Draw a tree diagram to show all the outcomes.

a) What is the probability that both balls are black ?

b) What is the probability that the balls are different colours ?

2. A florist has 336 roses and 560 tulips.
How many bouquets can he make, all containing the same number of roses and the same number of tulips and he wants to make as many bouquets as possible, all the flowers must be used ?

SCÉNARIO

Ce travail peut être proposé avec le professeur d'anglais. Les deux parties de l'exercice sont indépendantes et peuvent être traitées séparément.
- Dans l'exercice de probabilité, les élèves étudient un tirage simultané d'une boule dans deux urnes différentes.
- Le calcul du PGCD peut se faire avec l'algorithme d'Euclide, sur tableur ou avec la calculatrice, ou avec la recherche des diviseurs communs.

PROLONGEMENTS POSSIBLES

Faire de même avec des exercices type brevet.

EXERCICE 3

En construction

NOTION ABORDÉE
Analyser, à partir d'une figure donnée, les étapes de sa construction.

COMPÉTENCES SPÉCIFIQUES
3. Savoir appliquer des consignes
4. Utiliser un logiciel de géométrie dynamique

Dans le monde professionnel, la rédaction et le respect des consignes sont d'une importance primordiale pour la sécurité de tous, pour l'attribution d'une certification ou pour une exécution de qualité.
L'objectif de l'exercice est de montrer qu'en mathématiques comme ailleurs la précision du langage est décisive. Suivre les consignes permet d'éviter les erreurs, cela suppose, de les comprendre et d'être capable d'en estimer la pertinence et la précision.
En dictant un programme de construction à une classe, la figure sera-t-elle la même pour tous ?

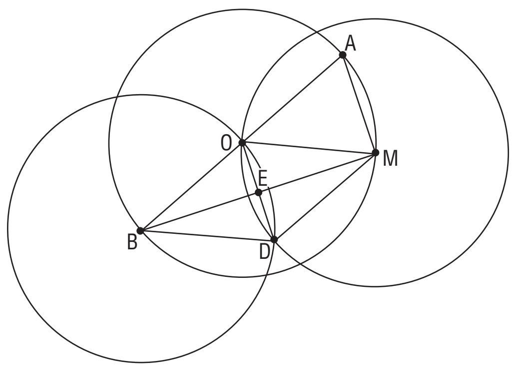
ÉNONCÉ

1re partie (programme à dicter)

1. Tracer un cercle de centre O et de diamètre [AB] avec AB=10 cm. Soit I le milieu du segment [OA].
2. Construire la médiatrice du segment [AB]. Elle coupe le cercle aux points C et D.
3. Tracer le cercle de centre I et passant par le point C.
Ce cercle coupe le segment [OB] au point E et la demi-droite [OA] au point F.
4. Construire la médiatrice du segment [OE] ; elle coupe le cercle de centre O aux points G et H.
5. Construire la médiatrice du segment [OF] ; elle coupe le cercle de centre O aux points J et K.
6. Tracer les segments [BG], [GH], [HK], [KJ] et [JB].

2e partie

1. Construire cette figure à l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique.
2. Rédiger le programme de construction.



SCÉNARIO

Les deux parties sont indépendantes.
• Dans la première partie, l'énoncé est dicté au fur et à mesure. Les élèves sont munis de leurs instruments et effectuent la construction. Aucune indication n'est donnée. Après comparaison des figures obtenues, un débat s'installe pour repérer les différences. Qu'aurait-on pu dire pour éviter ces erreurs ? Aux élèves de rédiger un nouveau programme.
Un moyen efficace pour faire admettre la nécessité d'un langage précis, est le passage du « faire » au « faire faire », lorsque l'élève écrit des instructions pour l'exécution par autrui ou lorsqu'il utilise un logiciel de géométrie.
• La deuxième partie peut être proposée en deux étapes : les élèves construisent la figure à l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique dans un premier temps. Ce qui leur permet de repérer les étapes de construction. Dans un deuxième temps, ils doivent rédiger le programme de construction qu'ils soumettent à leur voisin pour qu'il reproduise la figure, cette fois sur une feuille. (Remarque : pour rédiger le programme de construction, les élèves peuvent s'aider du protocole de construction visible avec le logiciel).

Fichier Geogebra à télécharger sur www.onisep.fr/quipeseducatives/maths:Chap2Exo3.ggb

PROLONGEMENTS POSSIBLES

Poursuivre ce travail avec d'autres figures.
La figure de la 2e partie peut servir pour émettre deux conjectures avant de les prouver : faire afficher la mesure des angles $\widehat{BAM}$ et $\widehat{EDB}$, puis les longueurs AM et DE ; déplacer le point M.
Que peut-on conjecturer ?

1. Démontrer que $\widehat{MOB} = 2\ \widehat{MAB}$.

2. Quelle est la nature du quadrilatère OMDB ?

3. Démontrer que $\widehat{MOB} = \widehat{MDB}$, en déduire que $\widehat{BAM} = \widehat{EDB}$.

4. Exprimer AB en fonction de DB. En utilisant le cosinus, démontrer que AM = DE.

EXERCICE 4

Demandez le programme

NOTION ABORDÉE
Donner du sens au calcul littéral comme moyen d'expression.

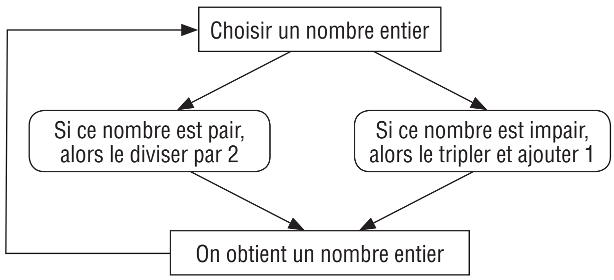
COMPÉTENCES SPÉCIFIQUES
1. Utiliser sa connaissance de la langue pour comprendre un texte.
3. Mener à bien un calcul instrumenté ou mental.

Termes techniques, process, efficacité, productivité... le monde de l'entreprise ou plus généralement du travail, utilise un jargon spécifique. Savoir bien s'exprimer et utiliser le vocabulaire approprié s'apprend.
En mathématiques, différentes formes d'expressions absentes de la langue usuelle sont utilisées : les nombres, les symboles, les schémas, les algorithmes ou les programmes de calcul… Elles participent ainsi à l'enrichissement de l'emploi de la langue par les élèves.
Voici deux exercices qui proposent des présentations de calculs différentes : l'algorithme et le programme de calcul.

ÉNONCÉ

■ 1re partie

Voici un algorithme de calcul : tester avec les nombres suivants : 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6. Que constatez-vous ?



■ 2e partie

Voici un programme de calcul :
- choisir un nombre ;
- lui ajouter 3 ;
- élever le résultat au carré ;
- soustraire 9 au résultat.

1. Tester avec les nombres suivants 1 ; – 4 ; $\sqrt{2}$.

2. Marie affirme que ce programme revient à faire la somme du carré du nombre choisi et du produit de 6 par ce nombre. A-t-elle raison ? Justifier.

SCÉNARIO

En troisième, les élèves rencontrent l'algorithme d'Euclide pour calculer le PGCD de deux nombres entiers.

• L'algorithme de calcul amène à la « conjecture de Syracuse », c'est-à-dire que quel que soit le nombre entier choisi au départ, à la fin on obtient toujours 1. Les élèves écrivent une suite de nombres pour chaque valeur à tester.

• Le programme de calcul permet d'entretenir le vocabulaire sur les quatre opérations. Les élèves doivent écrire l'expression numérique qui convient pour les trois exemples puis effectuer les calculs. Ils doivent ensuite comparer avec un autre programme de calcul. Ils peuvent conjecturer en reprenant les exemples du début puis le prouver en développant la première expression.

PROLONGEMENTS POSSIBLES

Faire apprendre les identités remarquables, la définition de la racine carrée d'un nombre entier positif, avec les lettres mais aussi en formalisant avec des phrases.

EXERCICE 5

Cinéma à « moitié prix »

NOTION ABORDÉE
Tracer un graphique à partir d'une situation donnée pour émettre une conjecture.

COMPÉTENCES SPÉCIFIQUES
3. Capacité à émettre une conjecture ou à utiliser et construire des tableaux, diagrammes, etc.

L'entreprise confrontée à une nouvelle contrainte, à un nouveau produit à présenter, à une demande particulière, va recourir à des moyens efficaces pour faire émerger la solution.
En mathématiques aussi, le graphique, le diagramme statistique, la figure de géométrie sont de bons moyens de se représenter une situation pour prendre de bonnes décisions, pour réaliser des conjectures. Même s'ils ne permettent pas de justifier ou de démontrer, ils ont le mérite d'éclairer le chemin. Voici un exemple de prise de décision facilitée par la réalisation d'un graphique.

ÉNONCÉ

Un directeur de cinéma, voulant attirer une clientèle plus importante, réalise une affiche publicitaire avec le slogan suivant : « Clients fidèles, allez au cinéma à moitié prix ».
Pour répondre à ce besoin, le cinéma propose :
- un tarif « normal » à 4,50 € la séance ;
- un tarif « privilège » à moitié prix à condition d'acheter une carte de fidélité de 30 €.

Madame Lasalle décide de comparer les deux propositions. Peux-tu l'aider ?

1re partie

1. Quelle sera la dépense, en euros, de Madame Lasalle pour assister à 10 séances au tarif « normal » ? Au tarif « privilège » ?
2. Quelle sera la dépense, de Madame Lasalle pour assister à 15 séances au tarif « normal » ? Au tarif « privilège » ?

2e partie

1. Exprimer en fonction du nombre de séances le prix à payer avec le tarif « normal ». Représenter graphiquement cette fonction dans un repère.
2. Exprimer en fonction du nombre de séances le prix à payer avec le tarif « réduit ». Représenter graphiquement cette fonction dans le repère précédent.
3. Que remarque-t-on ?

SCÉNARIO

• Les calculs de la première partie de l'exercice ne suffisent pas à prendre une décision puisqu'il est préférable dans un cas de choisir le tarif « normal » et dans l'autre de choisir le tarif « privilège ». Les calculs, bien que pertinents pour permettre aux élèves un passage plus aisé au calcul littéral, n'éclairent pas la situation.
• La représentation graphique des deux fonctions numériques permet de faire une conjecture : « Tout dépend du nombre de séances auxquelles Madame Lasalle veut assister ».

PROLONGEMENTS POSSIBLES

Montrer par le calcul que le choix entre les deux propositions dépend ou non du fait d'aller plus de 13 fois au cinéma.

EXERCICE 6

Le chiffre de César

NOTION ABORDÉE
Capacité à suivre une démarche proposée.

COMPÉTENCE SPÉCIFIQUE
3. Capacité à raisonner, argumenter.

Pour la recherche, l'innovation, la protection des personnes ou la sécurisation de sa communication interne, l'entreprise, par l'intermédiaire de son informaticien, est amenée à transformer ses données de manière à ce que seuls ceux qui ont la clé puissent les lire.
Traduire des symboles, des consignes, des observations, des schémas pour exécuter une tâche est le décodage nécessaire. Utiliser des symboles, du vocabulaire spécifique pour rédiger son travail est le codage qui permet une compréhension accrue.
Les mathématiques sont vécues par certains comme une langue hermétique; il nous appartient d'expliquer qu'avec un minimum d'initiation, de connaissances et d'explication, le décryptage est aisé. Comme pour le décodage d'un message, dès lors qu'on connaît la table de décryptage, la résolution de problèmes mathématiques devient un jeu utile et enrichissant.

ÉNONCÉ

L'histoire précise que César utilisa, pendant la guerre des Gaules, un moyen pour communiquer avec ses généraux sans que l'ennemi puisse comprendre le message qu'il aurait intercepté. Le chiffrement consistait à remplacer chaque lettre d'un mot par celle placée trois rangs plus loin, en revenant au début de l'alphabet après la lettre Z. Ainsi, la célèbre phrase « veni, vidi, vici » (je suis venu, j'ai vu, j'ai vaincu) devient « yhql,ylgl,ylfl ». C'est très clair, non ?
Alice reçoit souvent de la part de son copain Bertrand des messages codés selon ce principe pour que ses parents ne les comprennent pas.
• Voici le dernier message reçu : « UHQGH CYRXV DXMRX UGKXL DODIR QWDLQ HGHYD QWOHJ OLVH ».
Sauriez-vous le déchiffrer ?

SCÉNARIO

• Il s'agit ici de donner l'énoncé sans plus d'explications puisqu'il contient un élément auto-correctif (la célèbre phrase) et que la réponse attendue doit être une phrase française correcte et en rapport avec la situation vécue par les deux jeunes.
• En se confrontant au problème, l'élève mettra en œuvre une stratégie permettant le décodage du texte (par exemple un tableau comprenant l'alphabet et l'alphabet décalé).

PROLONGEMENT POSSIBLE

Sauriez-vous trouver la réponse envoyée par Alice en utilisant cette méthode de codage avec un autre chiffre que trois.
Voici sa réponse codée « LHGVP BOXFX AFUER FQEBR OBP ».

Le cylindre de Jefferson (1743 – 1826)

Esprit universel des Lumières, homme d'État, philosophe, agronome, architecte, inventeur…
Thomas Jefferson, principal rédacteur de la Déclaration d'Indépendance et troisième président des États-Unis, bricola un système de cryptage qui porte son nom. Celui-ci est composé de plusieurs roues, enfilées sur un axe commun ; chacune d'entre elles porte sur la tranche un alphabet complet de 26 lettres gravées dans le désordre. Comment fonctionne-t-il ?
L'émetteur du message et son correspondant (le récepteur) sont équipés du même système.
L'émetteur écrit son message en clair sur une ligne. Puis, il choisit une autre ligne sur lequel le message n'a plus de signification : c'est le message secret. Il le transmet à son correspondant qui reproduit ce message incohérent sur son système. En parcourant tout le cylindre, il finit par trouver une ligne où le message en clair apparaît.

EXERCICE 7

Coopération franco-allemande

NOTION ABORDÉE
Connaître et représenter des figures géométriques en utilisant leurs propriétés.

COMPÉTENCE SPÉCIFIQUE
2. Savoir repérer des informations ciblées dans un document écrit.

Le professionnel l'est car il acquiert de son expérience un savoir, un savoir faire et un savoir être incomparables. En proposant cet exercice, qui reprend des notions antérieures au programme officiel de troisième, on souhaite faire passer un message : il est fondamental de revoir souvent une notion, dans différentes situations, pour faciliter son appropriation ou tout simplement pour se la remémorer.

ÉNONCÉ

In diesem Spiel müßt ihr eine örtliche Stadt erfinden.
Um euch dabei zu helfen, müßt ihr die folgenden kleinen Konstruktion Problemen lösen.
Ihr bildet eine Gruppe zu zweit (eine Französe und ein Deutsch).
Die Gruppe, die die Probleme am schnellsten richtig gelöst hat, hat gewohnen.
Ihr müßt die Figur auf das beiliegende Gitter übertragen.

Der Oiseplan wird an die Tafel projiziert.

1. Gib die Gitterzahlen folgender Städte an :
B : (;)
N : (;)
Y : (;)
R : (;)
2. M ist die Mitte der Strecke BY. Zeichne einen Kreis (C1) um M durch B.
3. Zeichne einen Punkt S so dass das Dreieck BYS ein rechtwinkliges Dreieick ist.
4. Zeihne einen Kreis (C2) um S durch R.
Er schneidet den Kreis (C1) um C.
5. Konstruiere ein Quadrat CNJ* mit der Seite NC.
Sein Mittelpunkt wird O gennant.
6. Zeihne einen Kreis (C3) um O durch B. Dieser Kreis schneidet die « Lösung-Stadt ».

N : c'est aussi le nom d'un poète français (1876-1933).
Y : ville natale de Calvin (1509-1564).
S : ville natale de la France en 987.
B : Jeanne Hachette (1454-?) la défendit.
C : son histoire est liée à la famille du Grand Condé (1621-1686).
R : grande gare de triage.
J : c'est aussi le nom d'un révolutionnaire français (1767-1794).

SCÉNARIO

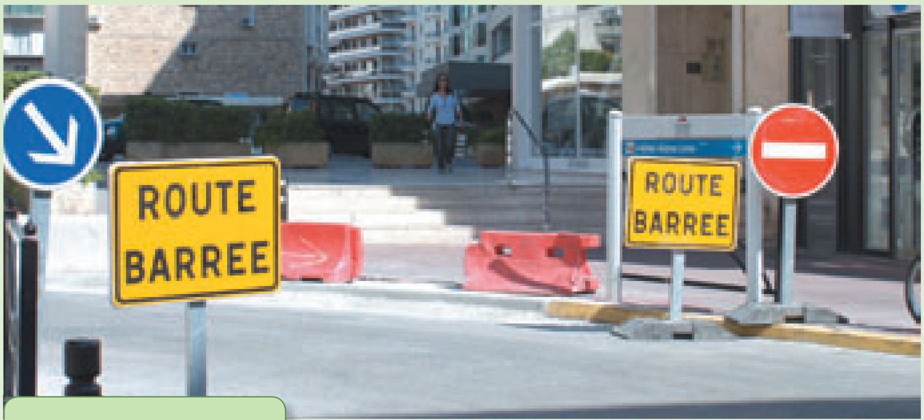
Cet exercice fait appel à des connaissances de mathématiques assez rudimentaires (tracé de cercles, d'un triangle rectangle, d'un carré, lecture de coordonnées dans le plan), il peut donc être mené par un professeur d'allemand, qui serait alors guidé par les élèves pour la réalisation sur papier ou à l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique.
Sous Géogébra, le fichier de départ contient une carte de l'Oise tirée d'un calendrier des Postes ; ce plan peut aussi éventuellement être projeté. Comme il s'agit d'un plan réel, on peut aboutir, à partir des tracés mathématiques rigoureux, à de petits écarts dans la situation des villes, l'élève doit alors réfléchir et s'adapter au cadre du jeu.
L'exercice a été proposé dans le cadre d'un échange franco-allemand avec des élèves de 3^{e}. Les élèves allemands comprenaient le sens de l'énoncé mais ne connaissaient pas l'Oise, tandis que les élèves français pouvaient à peu près s'en tirer avec les définitions des villes écrites en français. Un dialogue au sein de l'équipe s'établissait naturellement.
Les mathématiques peuvent être un moment ludique à partager avec des correspondants allemands (ou des camarades germanistes). C'est aussi l'occasion de tester quelques connaissances en histoire, en géographie de sa région et de les faire découvrir.

Fichiers Geogebra à télécharger :
www.onisep.fr/equipeseducatives/maths : Chap2Exo7.ggb et Chap2Exo7Corrige.ggb.

PROLONGEMENTS POSSIBLES

En allemand : réaliser de petits énoncés mathématiques incluant le vocabulaire de l'énoncé.
Réaliser le même type d'exercice dans une autre langue européenne, pourquoi pas en langue régionale !
En mathématiques, adapter cet exercice à sa région, par exemple, en devoir à la maison, les élèves doivent produire un même type de jeu incluant l'écriture de l'énoncé et la réalisation de la figure.

Mise en perspective



Comprendre, se comprendre, se faire comprendre : les mathématiques, langue formelle universelle permettent de représenter le réel et de communiquer.

Dans le monde du travail aussi, il est important, de parler la même langue, d'avoir les mêmes codes. Cela suppose d'être clair sur ce que l'on veut dire, sans se noyer dans l'accessoire, c'est-à-dire, de savoir sélectionner les informations, de faire le lien entre des données, de distinguer les déterminants et leurs effets … et puis aussi de savoir défendre son point de vue. En orientation, se représenter clairement son choix, qu'il s'agisse d'une formation ou d'une profession, et savoir le présenter, l'expliciter et l'argumenter, est une étape incontournable dans le passage de l'intention ou du rêve, au projet.

COMPÉTENCES

7. Rechercher l'information utile, l'analyser, la trier, la hiérarchiser, l'organiser, la synthétiser.

3. Présenter la démarche suivie, les résultats obtenus ; communiquer.

6. Communiquer et travailler en équipe : savoir écouter, faire valoir son point de vue, négocier, rechercher un consensus, accomplir sa tâche selon les règles établies en groupe.

LE PARCOURS D'ESTELLE

« L'image des mathématiques comme un monde de personnes incapables de communiquer doit aussi évoluer. On est très loin de ces clichés si on va dans un amphi de maths appliquées. »

Estelle, ingénieure chargée de recherche en acoustique à la SNCF *(> page 79, son parcours complet).*

PARLER LA MÊME LANGUE

Le développement des sciences modernes est fondé sur l'efficacité des mathématiques pour décrire le réel, la nature. Cette idée se retrouve tout au long de l'histoire des mathématiques. Depuis Descartes, « le réel peut s'écrire » ; le physicien d'aujourd'hui Étienne Klein ajoute : « Les faits intéressant la science ont été ceux qui pouvaient être interprétés par la méthode mathématique ».
Avant l'an Mil, les mathématiques s'écrivaient comme elles se parlaient ! Depuis, devenues une langue abstraite et formelle, elles s'écrivent avec des chiffres et des lettres, des équations et des figures géométriques, loin de toute référence directe à des objets matériels. C'est à la fois leur complexité et paradoxalement leur universalité.
Dans le même temps, le caractère irréfutable des chiffres s'impose de plus en plus ; en témoignent la place des sondages, le recours à l'argument des chiffres dans les débats, la place de la représentation graphique dans la communication, dans les médias, les sciences.
Existe-t-il d'autres langues universelles ? On peut penser à l'art, à la communication visuelle ou gestuelle en voyant le succès au-delà des frontières de certains dans le domaine de la musique, de la peinture ou du cinéma, par exemple celui du mime Marceau au Japon…

➔ Les maths, un langage?

« Les maths sont un langage par lequel on exprime ses idées ; on y parle d'objets, de relations, de propriétés, on pose des questions, on annonce des résultats. »

Entretien avec Denis Guedj mathématicien et écrivain *Sciences et Avenir*.Mai 2006.

Demander aux élèves de commenter cet extrait et de noter les idées et les sentiments qu'il leur inspire, puis de réfléchir individuellement sur ce qu'est pour eux le langage mathématique : simple ou difficile ? Si cette discipline devait être représentée par un animal, une plante : ce serait… ?
Organiser un débat sur le thème : les mathématiques, un langage comme les autres.

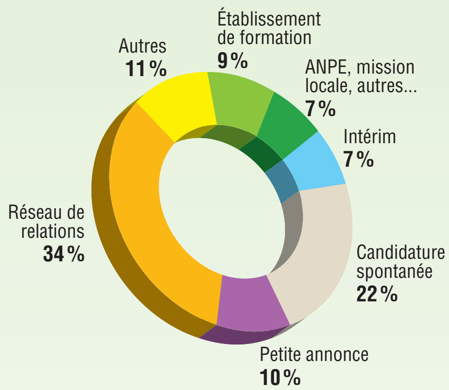
➔ Le monde du travail a-t-il ses codes ?

Est-ce toujours si évident de communiquer et de se comprendre ? Proposer aux élèves d'imaginer la situation d'une personne qui ne peut communiquer facilement, par exemple un jeune français à Pékin, et de repérer les difficultés et les moyens possibles de les compenser.
Puis, répartis en plusieurs groupes, de préparer un entretien d'embauche fictif. Quels sont les codes, les règles et usages à connaître et respecter ?

➔ Des métiers universels ?

Proposer aux élèves une réflexion sur l'exercice des métiers, autrefois très dépendants des lieux et désormais plus standardisés, en particulier sous l'effet du tourisme, qui impose de plus en plus des normes internationales, par exemple dans la restauration et l'hôtellerie ; le boulanger ou le cuisinier ont-ils le même métier en France et à Bangkok ? Leur demander de trouver des professions internationales et d'autres très spécifiques à des pays.

Se faire connaître, par exemple en envoyant des candidatures spontanées, se créer un réseau grâce aux stages, aux petits boulots, cela sert aussi !



Source : Cereq : Génération 2004. Modalités d'accès au premier emploi, données provisoires (%).

« Les mathématiques constituent un creuset d'idées neuves pour elles-mêmes comme pour les autres sciences. Elles jettent des ponts entre différentes disciplines en créant un langage commun permettant de résoudre des problèmes complexes, à l'interface de plusieurs disciplines. »

Source : Institut des Hautes Études Scientifiques, www.ihes.fr

DÉCHIFFRER SES PROPRES REPRÉSENTATIONS DU MONDE

Si on évoque un métier comme celui de chercheur, chacun aura en tête une certaine image. Les représentations que l'on a des métiers et plus généralement de la réalité, porteuses tout autant d'idées que de sentiments et de croyances, se sont construites depuis l'enfance. C'est dans la rencontre avec ce qui est nouveau, différent, avec ce qui étonne et parfois déstabilise, qu'elles peuvent se modifier et s'enrichir.
Pour élargir son angle de vue, on peut chercher de nouvelles informations, explorer ce qu'on ne connaît pas ou mal. Multiplier les échanges, confronter les images que chacun a en tête permet d'apprendre à les décrypter et à prendre la mesure des différentes dimensions qui les constituent ; en effet la complexité des représentations professionnelles suppose que l'on apprenne à utiliser la gamme la plus variée possible de descripteurs.

➔ Décrire un métier

- À l'occasion de leur stage en entreprise, demander aux élèves de rédiger un petit compte rendu sur un métier de leur choix.
- À l'issue de ce stage, lors d'une séance en classe, les répartir en groupes et leur demander de classer les métiers choisis.
- Comparer ensuite les classements de chaque groupe et lister les « descripteurs » ou catégories, privilégiés selon les groupes.

➔ Chasser l'intrus

Proposer aux élèves une liste de métiers et leur demander de chasser l'intrus pour chaque groupe de six métiers, c'est-à-dire de ne garder que les métiers ayant un lien entre eux. Regrouper au tableau les résultats. Obtiennent-ils les mêmes et pourquoi ? quels liens, différents suivant les uns et les autres sont privilégiés ?

- *Chirurgien(ne), vétérinaire, pédiatre, ergothérapeute, notaire, esthéticien(ne).*
- *Ébéniste, styliste, coiffeur(se), parfumeur(se), esthéticien(ne), nutritionniste.*
- *Acousticien(ne), nez, œnologue, masseur(se), aromaticien(ne), rudologue.*
- *Architecte, éducateur(trice), designer, peintre, restaurateur (trice) de tableaux, traducteur(trice) technique.*

➔ Prendre en compte tous les aspects d'un métier

Un métier comporte plusieurs facettes, chacune pouvant être une raison de l'aimer et de le choisir, par exemple l'intérêt pour les métiers relationnels, quand on choisit d'être puéricultrice ou maïeuticien : Demander aux élèves de trouver d'autres métiers où d'après eux, cet intérêt est essentiel.
En choisir un, lister d'autres dimensions en jeu comme pour la puéricultrice, l'envie de s'occuper de petits, ou de soigner. On peut penser encore au lieu d'exercice (hôpital ou crèche), aux exigences requises (sentiment qu'on sait faire, parce qu'on a gardé des frères et sœurs), à la valorisation du rôle maternel, à l'utilité sociale, à l'altruisme, au rêve d'enfant au moment de l'adolescence, aux conditions de travail…
Faire la même analyse avec un ou plusieurs métiers scientifiques ; leur demander si le choix d'un métier scientifique peut être concilié avec le goût des relations humaines, et en donner des exemples.
Séparer les filles et les garçons et comparer leurs choix.

DÉFENDRE SON POINT DE VUE

Être capable de faire savoir, se faire comprendre, argumenter, c'est une nécessité pour expliquer ce que l'on souhaite à ses parents ou ses professeurs quand on est élève, et plus tard quand on candidate à une formation ou un emploi. Cela suppose d'apprendre à être critique, à tolérer et faire admettre la différence sans nécessairement juger ou s'opposer.

➔ Défendre un projet

Proposer aux élèves de se mettre en groupe et de concevoir un projet, par exemple, le développement de la culture scientifique de la classe.
Chaque groupe élabore ses arguments et les expose. L'ensemble de la classe vote pour l'exposé le plus convaincant.

➔ Analyser le pour et le contre

Choisir un cas, par exemple celui d'un élève voulant défendre son choix d'une formation scientifique, face à ses parents qui auraient préféré pour lui une orientation dans une section artistique.
Répartir les élèves en 2 groupes, chaque groupe a pour consigne de trouver les arguments, l'un de l'élève et l'autre des parents.

Prolongement possible

Et dans l'entreprise ?
Demander aux élèves de définir ce qu'est la fonction du service de communication dans l'entreprise, puis de rechercher au CDI des informations complémentaires.
Prolongement possible : leur faire rechercher des informations sur le rôle des mathématiques dans la communication : GPS, images numériques, le téléphone portable, transports…

> **Voir aussi :** Pourquoi des mathématiques, Exposition itinérante depuis 2004-2005, à l'initiative et avec le soutien de l'UNESCO. www.mathex.org
Pdf : sur www.dma.ens.fr

DISTINGUER LES DONNÉES « NÉCESSAIRES ET SUFFISANTES »

Pour résoudre un problème de mathématiques ou pour trouver les informations utiles quand il s'agit d'orientation, il faut être capable de distinguer les données essentielles ou les informations utiles, être capable de repérer celles qui sont à compléter ou à approfondir. Pour cela il est nécessaire d'apprendre : à trier, c'est-à-dire classer en fonction de critères ; à sélectionner et hiérarchiser les données dont on dispose.
Il faut commencer par être capable de choisir ses sources en fonction de ce que chacune peut apporter ; ainsi on ne cherche pas la même chose sur internet ou dans un document écrit, et on n'y trouve pas l'information sous la même forme.
Sur le web, il est possible, simplement en donnant son poids et sa taille, d'obtenir le régime minceur qui nous convient personnellement ! Peut-on chercher de la même manière des réponses à une question d'orientation ?

➔ Choisir ses sources

Comparer des informations recueillies sur les sites Internet.
Les élèves sont répartis en binômes pour chercher des informations au CDI, sur un métier de leur choix.
Leur demander :
- d'inventorier les différentes sources possibles ;
- d'analyser ce qui rapproche le type d'informations obtenues sur l'ensemble des sites, les différences, les précautions à prendre ;
- de comparer avec les informations recueillies lors d'une enquête auprès de professionnels, d'un stage ou d'une journée des métiers.

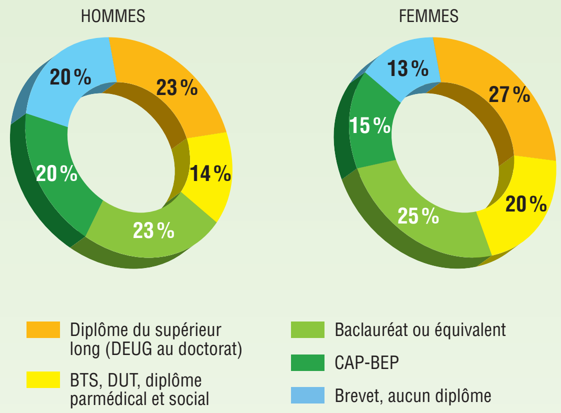
➔ Trouver l'information utile

Donner un texte aux élèves, répartis en groupes, et leur demander d'en rédiger un résumé comprenant les idées fortes, les informations utiles, par exemple la description du métier d'analyste gestionnaire de vols[1].
Dans un second temps leur demander de donner les raisons de leurs choix, de définir leurs critères. Enfin leur faire expliciter ce qu'ils ont appris grâce au texte, même dans ce qui n'était pas indispensable, ce qu'est pour eux une information « utile », puis les effets d'une information trop précise ou trop simple.
Il est possible de prolonger ce travail par une analyse des informations données dans le guide 3e.

1. *Les Métiers des mathématiques, p. 16. Coll. Zoom, 2007*

➔ Relier des données pour comprendre

Une information utile, c'est par exemple une information qui fait le lien entre des données, met en relation des faits et leurs déterminants.
Demander aux élèves de se mettre en deux ou trois groupes et d'analyser les données ci-dessus.
- Quelles informations sont à retenir ?
- Quelles hypothèses peut-on faire pour expliquer les différences entre les choix des filles et celui des garçons ?



MÉTIER

S'informer, informer : le journaliste

Le rôle du journaliste est de recueillir des informations (recherches documentaires, enquêtes, reportages et interviews), de les vérifier, de les trier et les rendre accessibles au public. Pour traiter une information, le journaliste choisit un angle et s'efforce de capter l'attention du lecteur, auditeur ou spectateur en utilisant un style direct et vivant. Qualités requises : une bonne culture générale, du style, de l'aisance dans les relations humaines, de la débrouillardise, une curiosité toujours en éveil.

« Le Dico des métiers », coll. Les Dossiers, Onisep, 2009.

Résoudre un problème

COMPÉTENCES

3. Raisonner, argumenter, démontrer, identifier un problème, formuler une conjecture.

4. Créer, produire, traiter, exploiter des données.

7. Savoir organiser son travail, rechercher des informations pertinentes.

Avec la résolution de problèmes, nous sommes au cœur des savoir-faire des mathématiques. Originellement, faire des mathématiques, c'est résoudre des problèmes … avec les moyens du bord. Ainsi, avant même la naissance de l'algèbre et sa formalisation, des méthodes empiriques, fondées sur des abaques, des tests ou des algorithmes (tels que la méthode des fausses positions) ont été mises en place pour répondre à des problèmes de la vie quotidienne : partage, héritage, constructions de bâtiments, transport, cycle des saisons, commerce, etc. Au cours des siècles, ces méthodes ont évolué, elles se sont complexifiées au gré des problèmes à résoudre, et elles sont devenues parfois difficiles à mettre en œuvre, comme dans les problèmes d'optimisation. Cependant, elles restent compréhensibles et exploitables au niveau du collège. Elles sont aussi un recours lorsque les théorèmes font défaut car si elles ne débouchent pas toujours sur une preuve, elles permettent souvent d'émettre des conjectures opérationnelles ou de donner des solutions approchées.

Exercices

Plusieurs des méthodes évoquées ci-avant sont abordées dans les exercices qui suivent : des simulations (avec un outil de géométrie dynamique ou un tableur), des algorithmes de calcul, des théorèmes d'algèbre (résolution d'équation, égalités remarquables), l'utilisation de fonctions.

EXERCICE 1

Un lieu géométrique

NOTIONS ABORDÉES
Développer les capacités d'expérimentation, les capacités de raisonnement et les capacités de formalisation d'une démonstration.

COMPÉTENCES SPÉCIFIQUES
3. Connaître et représenter des figures géométriques, utiliser leurs propriétés.
4. Maîtriser les techniques usuelles de l'information et de la communication.

Pour déterminer son orientation, on propose généralement à l'élève de tester les choix qu'il a envisagés dans des stages d'observation en entreprise, des bancs d'essais ou des visites de lieux de formation : il s'agit autant d'éliminer des possibilités que d'en renforcer d'autres. Compte tenu des impératifs scolaires, ces tests sont limités en nombre, mais il peut aussi consulter les sites Internet qui dévoilent plus de ressources. Cette stratégie est à rapprocher de la méthode exposée dans cet exercice pour établir une conjecture à partir de l'observation de plusieurs cas d'une même figure. Bien entendu, sur papier, le nombre de cas étudiés est faible, mais en utilisant un logiciel de géométrie dynamique, une conjecture dans son ensemble apparaît. Il reste alors, lorsque les bases de connaissances sont suffisantes, à démontrer cette conjecture.

ÉNONCÉ

■ 1re partie

Observons et conjecturons à l'aide d'un logiciel de géométrie

Soit C un cercle de centre O, de rayon 3 cm et A un point donné de ce cercle.
Soit M un autre point sur le cercle C. On désigne par I le milieu de la corde [AM].

1. Réaliser une figure sur le cahier.
2. Faire d'autres constructions sur la même figure qu'au 1, en faisant varier la position du point M sur le cercle.
3. Où se trouve le point I quand M est le point diamétralement opposé à A ?
4. Réaliser une construction de la figure avec un logiciel de géométrie.

Aide technique : le cercle C et le point A sont « fixés », par contre, le point M est « mobile » sur le cercle. Faire apparaître la trace du point I à l'écran.

5. Quelle figure semble décrire le point I ?

■ 2e partie

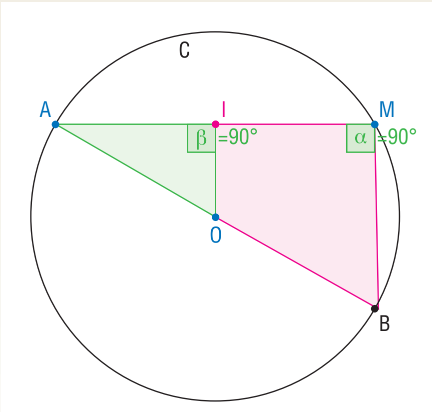
Démontrons la conjecture

1. Tracer le diamètre [AB] du cercle C. Justifier que le triangle BMA est rectangle.
2. Démontrer que [OI] est perpendiculaire à [IA].
3. Que peut-on conclure sur le point I ?

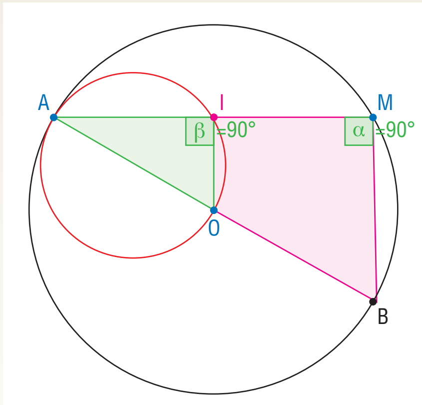
SCÉNARIO

L'exercice permet d'alterner une phase de travail sur papier avec une phase de travail sur ordinateur. Par la méthode proposée, qui consiste à construire plusieurs cas de figures pour conjecturer le lieu décrit par le point I, il rapproche les mathématiques des sciences expérimentales.
L'outil de géométrie dynamique prend alors tout son sens puisqu'il permet de construire très rapidement autant de cas de figures que l'on souhaite, et par l'activation de la trace, de visualiser le lieu décrit par le point I. La pertinence de la conjecture est alors renforcée.
En outre, la rigueur dans la construction de la figure (O et A sont fixes, M est mobile) est attendue. Une discussion sur sa place dans les mathématiques peut être initiée.

Fichiers de modélisation GéoGébra à télécharger sur
www.onisep.fr/equipeseducatives/maths : Chap3Exo1.ggb



Construction seule

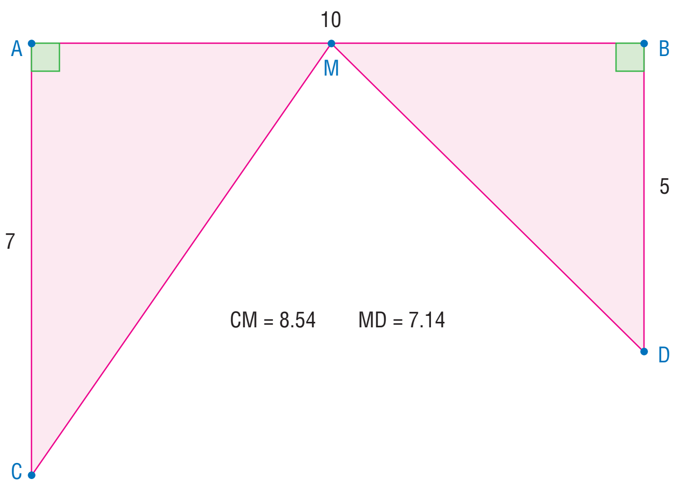


Construction avec la trace de I

Quant à la démonstration, elle peut être établie à l'aide de théorèmes de géométrie plane de 4^e (cercle et triangle rectangle, théorème des milieux) ou de 3^e (théorème de Thalès).

PROLONGEMENTS POSSIBLES

Les questions de la 2^e partie peuvent être enlevées pour favoriser plusieurs méthodes de résolution.
Un exercice complémentaire du même type peut être proposé en devoir à la maison à rendre *via* Internet.
Par exemple : on considère la figure suivante ;



Le point M est un point quelconque du segment [AB] et on note AM = x (en cm).
Où doit être placé le point M pour qu'il soit équidistant des points C et D ?

EXERCICE 2

Une égalité remarquable

NOTIONS ABORDÉES
Utiliser le calcul littéral pour démontrer

COMPÉTENCES SPÉCIFIQUES
3. Conduire un calcul littéral simple, mener à bien un calcul.
7. Identifier un problème et mettre en œuvre une démarche de résolution.

La démarche par essais successifs ou par étude de cas, très utile lorsqu'on est confronté à des choix multiples parfois peu discernables, par exemple dans ses vœux d'orientation (voir Chapitre 3, Exercice 1) peut aussi s'appliquer en algèbre. On établit une conjecture à partir de plusieurs calculs obéissant à un même programme, puis on la démontre.

Soient deux nombres quelconques a et b. On pose : $R = (a - b)^2 + 4ab$ et $S = (a + b)^2$.

1. Calculer R et S dans les trois cas suivants.
a) $a = 10$ et $b = 3$
b) $a = -4$ et $b = 7$
c) $a = 150$ et $b = -271$
Que remarque-t-on ?

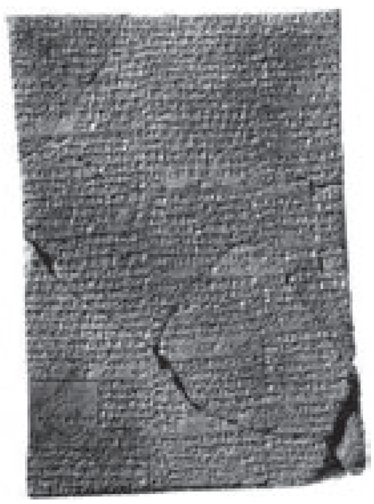
2. Prouver la validité de cette remarque.

SCÉNARIO
Les élèves doivent conjecturer une égalité en prenant plusieurs valeurs. Ils doivent ensuite la démontrer à l'aide du calcul littéral, en l'occurrence, le développement d'égalités remarquables.
L'exercice peut être conduit en utilisant la calculatrice ou le tableur.

Chez les Babyloniens

L'égalité établie dans cet exercice était utilisée par les Babyloniens pour effectuer les multiplications comme l'attestent deux tablettes trouvées à Senkerah sur l'Euphrate en 1854 et datées de 2 000 ans avant notre ère. Celles-ci dressent les listes des carrés d'entiers jusqu'à 59 et de cubes jusqu'à 32.
Par exemple, pour effectuer 23 fois 26 disposant de 49^2 et 3^2, ils effectuaient directement :

$$23 \times 26 = \frac{(49^2 - 3^2)}{4} = \frac{(2401 - 9)}{4} = 598$$



PROLONGEMENTS POSSIBLES
Même exercice avec d'autres expressions littérales.
Par exemple, $R = (a + b + c)^2 - (a^2 + b^2 + c^2)$ et $S = ab + ac + bc$.

EXERCICE 3

Rosaces

NOTIONS MATHÉMATIQUES
Résolution d'un système de deux équations à deux inconnues
dans un problème de géométrie.

COMPÉTENCES SPÉCIFIQUES
3. Organiser des informations pour les traiter.
3. Connaître et représenter des figures géométriques et des objets de l'espace, utiliser leurs propriétés ; conduire un calcul littéral.

Être capable de stimuler des ressources ou des motifs inattendus est une des clés de la réussite scolaire, en matière d'orientation : décider d'aller où l'on ne nous attend pas est généralement bénéfique, même si le chemin est quelquefois ardu. Cet exercice propose d'utiliser une méthode de résolution *a priori* éloignée de l'objet d'étude : introduire un système de deux équations à deux inconnues pour calculer une aire inconnue. Le résultat est d'autant plus difficile à obtenir que de nombreux calculs annexes doivent être menés.

ÉNONCÉ

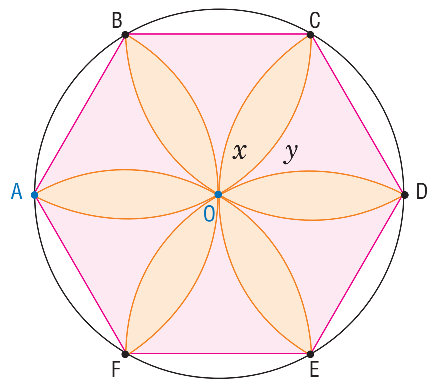
Nous savons tous que l'aire d'un disque de rayon R a pour mesure πR^2 et nous avons tous tracé dès l'école primaire une rosace régulière à 6 pétales, mais nous sommes-nous demandés quelle mesure avait l'aire d'un pétale ? L'objectif de cette activité est de la déterminer.

1. Tracer un cercle de rayon 6 cm, la rosace à 6 pétales et l'hexagone régulier correspondants.

2. Déterminer l'aire de l'hexagone.
(Aide possible : son aire est égale à l'aire de 6 triangles équilatéraux de côté 6 cm.)

3. En désignant par x l'aire d'un pétale et par y l'aire interstitielle dans l'hexagone, montrer que x et y vérifient un système de deux équations à deux inconnues que l'on résoudra.
(Aide possible : on donne l'aire d'un secteur d'angle de 120° et de rayon 6 cm.)

4. Reprendre les calculs pour un rayon R quelconque.



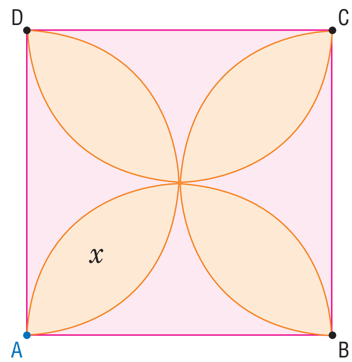
SCÉNARIO

L'exercice débute par une construction qui plaît à tous les élèves. La question soulevée éveille normalement leur intérêt car on sous-entend que sa résolution est possible en 3e, donc avec des outils relativement simples, bien que cela ne semble pas évident. Les astuces données dans la démarche peuvent être ré-investies dans d'autres exercices de géométrie.

Fichiers de modélisation GéoGébra à télécharger sur
www.onisep.fr/equipeseducatives/maths : Chap3Exo3A.ggb et Chap3Exo3B.ggb

PROLONGEMENTS POSSIBLES

Calculer l'aire d'un pétale de la rosace inscrite dans un carré de côté A.
Résolution du système à la calculatrice (valeur approchée) ou à l'aide d'un solveur comme WIRIS (valeur exacte).



EXERCICE 4

Une construction bien carrée

NOTIONS ABORDÉES
Connaître et représenter des figures géométriques en utilisant leurs propriétés ; utiliser le calcul littéral pour démontrer.

COMPÉTENCES SPÉCIFIQUES
3. Conduire un calcul littéral simple, mener à bien un calcul.
7. Identifier un problème et mettre en œuvre une démarche de résolution.

Dans sa vie de collégien, on se pose subrepticement des questions simples qu'on abandonne parce qu'on n'en voit pas immédiatement la solution. C'est parce qu'il faut généralement savoir contourner le problème pour le résoudre, on débouche alors sur des solutions originales et valorisantes.
La construction proposée ici est due au mathématicien Marolois (1572-1627) et répond à une interrogation simple : comment construire exactement un carré d'aire donnée, en levant l'obstacle des racines carrées, connues de manière approchée. On y parvient grâce à une construction géométrique astucieuse, à partir de laquelle on établit une conjecture sur papier ou avec l'ordinateur ; on démontre enfin celle-ci en utilisant les égalités remarquables.

ÉNONCÉ

ABCD est un rectangle avec AB = a et AD = b, avec a ≥ b.
Soit M le point de la demi-droite [DC), à l'extérieur du segment [DC], tel que CM = CB.
Le cercle de diamètre [DM] et de centre O coupe la demi-droite [CB) en N.
F est le point de [DC] tel que CF = CN. Construire le point E tel que CNEF soit un carré.

1re partie : conjecturer

1. Construire la figure sur une feuille de papier dans les deux cas suivants :
a) a = 8 cm et b = 5 cm.
b) a = 7 cm et b = 3 cm.
Quelle conjecture peut-on émettre sur les aires du rectangle ABCD et du carré CNEF ?

2. En utilisant un logiciel de géométrie dynamique, effectuer la construction précédente. En particulier, on fera apparaître le calcul des aires et on modifiera plusieurs fois les valeurs de a et b.
La conjecture est-elle prise en défaut ?

2e partie : démontrer

1. Avec les notations précédentes, exprimer les longueurs DM, OM, ON, OD et OC en fonction de a et b.
2. En déduire l'expression de CN en fonction de a et b.
3. Développer et réduire l'expression $(a+b)^2 - (a-b)^2$. Simplifier alors l'expression de CN et conclure.
4. Application : construire un carré d'aire exactement égale à 66 cm².

SCÉNARIO

L'exercice, qui permet d'alterner une phase de travail sur papier avec une phase de travail sur ordinateur, a pour objectif de tracer un carré d'aire donnée. La première partie ne fait pas appel à des connaissances particulières en algèbre et les constructions devraient pouvoir être abordées par tous.
La deuxième partie qui consiste à démontrer est plus exigeante, notamment quant aux connaissances sur les triangles rectangles et les égalités remarquables. Ce peut donc être un bon exercice de révision de ces notions. Enfin, la dernière question est la récompense attendue : on sait désormais construire n'importe quel carré d'aire donnée à partir d'un rectangle de même aire, quitte à lui donner une largeur d'une unité.

Fichier de modélisation GéoGébra à télécharger sur
www.onisep.fr/equipeseducatives/maths : Chap3Exo4.ggb

PROLONGEMENTS POSSIBLES

On peut faire le lien avec l'exercice 2.

EXERCICE 5

Des cyclistes d'enfer

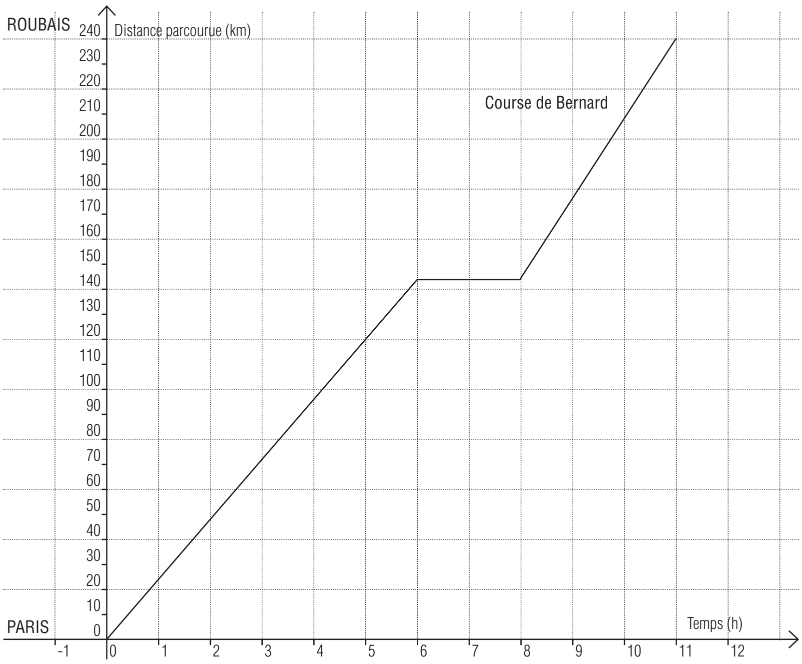
NOTIONS ABORDÉES
Résoudre un problème à l'aide d'un graphique ; notion de fonction ; calculs de vitesse.

COMPÉTENCES SPÉCIFIQUES
4. Utiliser l'outil informatique pour observer un phénomène et faciliter les calculs.
3. Nombres et calcul, grandeurs et mesure.
7. Savoir rechercher et sélectionner des informations pertinentes.

Les revues ou les documents qui aident à se déterminer comportent de nombreux graphiques qu'il faut savoir lire et interpréter pour en tirer ou extrapoler les informations qui répondent à des interrogations personnelles. Une illustration en mathématiques est proposée dans ce problème classique qui utilise les fonctions affines. Son intérêt réside dans sa mise en forme qui fait appel à des outils TICE et permet de visualiser le déplacement des points. La résolution du problème se fait généralement de manière graphique. On procède aussi à une modélisation du problème à l'aide de fonctions affines par morceaux.

ÉNONCÉ

Deux cyclistes Bernard et Eddy empruntent la même route qui les mène de Paris à Roubaix longue de 240 km. Ils partent au même moment à 7 heures.
Sur le graphique ci-contre, on a représenté la distance parcourue par Bernard en fonction du temps.



Le parcours d'Eddy

Eddy roule plus régulièrement que Bernard, avec une vitesse moyenne de 20 km/h.
1. À quelle distance de Paris se trouve Eddy au bout d'une heure ? De cinq heures ? De dix heures ?
2. À quelle heure arrive-t-il à Roubaix ?
3. Représenter son parcours sur le même graphique que celui de Bernard.

Le parcours de Bernard

1. Quelle est la vitesse moyenne de Bernard sur les six premières heures ?
2. Que se passe-t-il entre 13 heures et 15 heures ?
3. Quelle est sa vitesse moyenne durant les trois dernières heures ?
4. Quelle est sa vitesse moyenne durant tout le parcours ?

La course entre Eddy et Bernard

1. Qui arrive le premier à Roubaix ? Quels éléments le prouvent ?
2. Qui est devant l'autre au bout de huit heures de course ? Et à 15 heures ?
3. À quels moments se croisent-ils ?
4. À quelle distance de Roubaix se trouvent-ils alors ?

La modélisation de la course

1. Expliquer pourquoi la course d'Eddy peut être représentée par la fonction f : $t \rightarrow 20t$ lorsque t est compris entre zéro et douze heures.
2. On peut représenter de même la course de Bernard par les trois fonctions g_1, g_2 et g_3 définies par :
$g_1 : t \rightarrow 24t$ lorsque t est compris entre zéro et six ;
$g_2 : t \rightarrow 144$ lorsque t est compris entre six et huit ;
$g_3 : t \rightarrow 32t - 112$ lorsque t est plus grand que huit.

Justifier la réponse et caractériser les fonctions g_1, g_2 et g_3.

3. Représenter sur le même graphique la course d'un automobiliste modélisée par les fonctions h_1 et h_2 suivantes :
$h_1 : t \rightarrow 70t$ lorsque t est compris entre zéro et deux ;
$h_2 : t \rightarrow 100t - 60$ lorsque t est plus grand que deux.
À quelle heure cet automobiliste arrive-t-il à Roubaix ?

SCÉNARIO

L'exercice est décomposé en plusieurs parties pour valider l'ensemble des connaissances sur les fonctions affines.
La première partie met en œuvre la proportionnalité (vitesse moyenne). On demande aussi de construire la courbe représentative d'une fonction linéaire.
La deuxième partie est un calcul de vitesse moyenne à partir de données graphiques. Il faut donc produire les informations pertinentes et les traiter numériquement.
La troisième partie consiste en plusieurs lectures graphiques. Noter que les informations concernent parfois des durées, parfois des heures.
Enfin, la dernière partie précise la modélisation sous forme de diverses fonctions affines (par morceaux) et opère une synthèse des parties précédentes.
La forme adoptée : un graphique repéré en utilisant un logiciel de géométrie dynamique, permet de remédier à d'éventuels blocages sur les fonctions.

Fichier de modélisation GéoGébra à télécharger sur www.onisep.fr/equipeseducatives/maths : Chap3Exo5.ggb

PROLONGEMENTS POSSIBLES

De nombreuses variantes d'exercice du même type peuvent être proposées.
Sur le thème des champions cyclistes (on aura reconnu dans Bernard et Eddy, Hinault, Jeanie Longo et Merckx), on peut aborder leurs records, comparer leurs statistiques de courses…
De même, on peut procéder à des calculs de vitesse et de statistiques sur le thème de l'enfer des pavés du Nord. (Le journal L'Équipe détient la plupart des informations nécessaires pour bâtir ces exercices).

EXERCICE 6

Mini-boîte… MAXI BOÎTE

NOTIONS ABORDÉES
Calcul littéral, optimisation, différentes méthodes de résolution : numérique, géométrique, concrète (construction de patron).

COMPÉTENCES SPÉCIFIQUES
4. Utiliser l'outil informatique pour observer, émettre une conjecture et faciliter les calculs.
7. Identifier un problème et mettre en œuvre une démarche de résolution ; changer de support de travail.

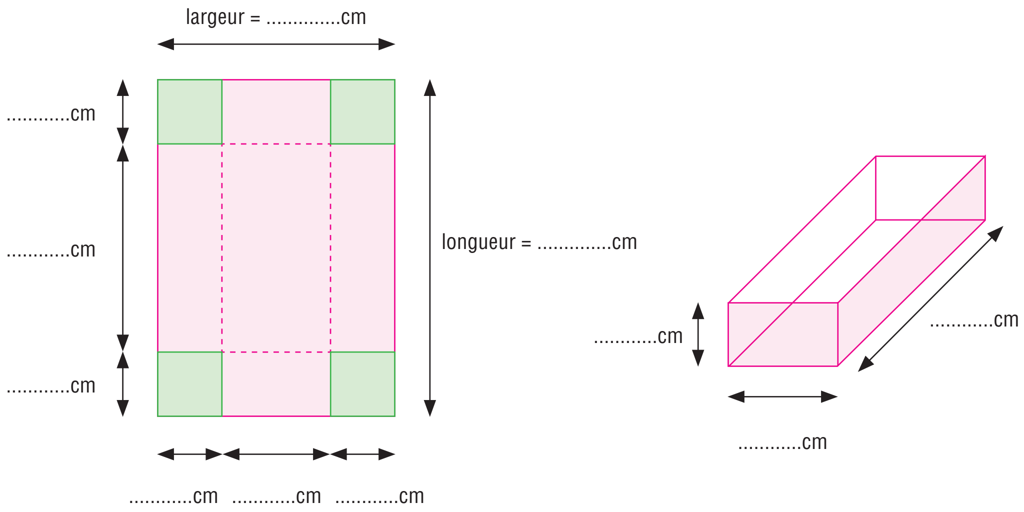
Dans l'industrie et le commerce, la plupart des problèmes rencontrés sont des problèmes d'optimisation (de matières premières, de dépenses énergétiques, de coûts de production...). Ces problèmes sont extrêmement complexes car ils mettent en jeu un très grand nombre de variables et de contraintes, dans des équations sophistiquées qu'on ne sait pas toujours résoudre de manière analytique. Les techniques utilisées pour y parvenir de manière satisfaisante enchaînent des modélisations et des simulations informatiques. C'est exactement le contexte de ce problème d'optimisation qu'on ne peut pas résoudre directement avec les connaissances de la classe de troisième. Toutefois, par différentes approches, on peut aboutir à une approximation convenable de la solution optimale.

ÉNONCÉ

On dispose d'une feuille format A4 dans laquelle on veut fabriquer une boîte sans couvercle.

1. Quelles sont les dimensions de la feuille (préciser l'unité) ? L = …….. et l =…………..

2. Dans chaque coin de la feuille, on découpe un carré puis on replie la feuille de manière à obtenir la boîte correspondante.



■ Étude d'un cas particulier

La longueur du côté du carré à découper est égale à 3 cm.
Compléter les figures ci-dessus puis construire la boîte correspondante.
Calculer le volume de la boîte obtenue.

■ Cas général

Une entreprise souhaite utiliser ce type de boîte pour y conditionner ses produits. Sa contrainte est de disposer du plus grand volume possible.
Quel doit être la longueur du côté du carré découpé dans chaque coin pour que la boîte ait le plus grand volume possible ?

SCÉNARIO

Prérequis : Quelques bases du tableur, formule du volume d'un pavé droit.
Avant de distribuer la feuille d'énoncé, l'exercice peut débuter par un défi simple : « Construire une boîte sans couvercle avec une feuille A4 ». Les élèves peuvent être regroupés par binôme. L'objectif est de faire émerger l'idée qu'il est nécessaire d'enlever un carré à chaque coin de la feuille.
Chaque groupe ayant réalisé sa boîte, on peut rassembler au tableau les différentes dimensions des boîtes obtenues et calculer leur volume. On constate que les volumes varient : on peut alors amorcer une discussion autour de cette question : « Comment déterminer les dimensions de la boîte qui a le plus grand volume ? ».
Pour déterminer le volume maximal, l'utilisation du tableur est pertinente. La formule du volume étant un peu complexe, le tableur permet de systématiser le calcul et de rassembler l'ensemble des calculs dans un tableau où il est facile de repérer la valeur maximale.
Il est intéressant de modifier le pas de calcul, afin que les élèves puissent percevoir l'approximation de la solution numérique obtenue : il ne s'agit donc pas d'une preuve. Les élèves peuvent aussi constater que plus le pas diminue, plus la solution semble précise.

Fichier du tableur Open Office à télécharger sur www.onisep.fr/equipeseducatives/maths : Chap3Exo6.ods

Cette activité permet d'introduire la notion de fonction.

PROLONGEMENTS POSSIBLES

Reprendre l'exercice en modifiant les dimensions de la feuille.
Visualiser le problème avec un logiciel de géométrie dynamique :

Fichier de modélisation GéoGébra à télécharger sur www.onisep.fr/equipeseducatives/maths : Chap3Exo6.ggb

Donner un tableau de valeurs à compléter, puis faire tracer la courbe du volume V en fonction du côté x du carré.

Écrire la formule complète du volume en fonction du côté du carré x et la développer (c'est l'occasion d'utiliser un outil de calcul formel (Wiris ou Wims) : pour Wims,

http://wims.unice.fr/wims/fr_home.html

Rechercher l'outil Wcalc
par niveau d'écducation secondaire
3
aller
base de données des formulaires popup
entrer « développer »
rechercher
entrer la formule « (29,7–2x)(21–2x)x »
développer

Des conjectures anciennes qui nous résistent encore

- **La conjecture de Goldbach :** « Tout nombre pair supérieur à 2 est la somme de deux nombres premiers. »
- **Les nombres premiers jumeaux :** « Deux nombres premiers sont jumeaux, si leur différence vaut 2 (exemples : 3 et 5, 29 et 31…, 100 799 et 100 801…) ». On a conjecturé, sans le démontrer, qu'il y en avait une infinité.
- **La conjecture de Syracuse (ou 3x+1) :** « Prendre un entier x, s'il est pair, le remplacer par sa moitié $x/2$, s'il est impair, le remplacer par $3x + 1$. Recommencer l'opération avec le résultat. » On constate, sans l'avoir prouvé, que cet algorithme simple aboutit à 1 (voir : Chapitre 2, Exercice 6).
- **La conjecture d'Erdös-Sierpinski :** « Pour tout entier n, il existe des entiers x, y et z tels que : $\frac{4}{n} = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}$.
(même conjecture en remplaçant 4 par 5). » Des programmes de calcul permettent de déterminer x, y et z mais cela ne constitue pas une preuve.

EXERCICE 7

Le mouton de Jean

NOTIONS ABORDÉES
Résoudre un problème en le modélisant ; rechercher une valeur optimale ; notion de fonction.

COMPÉTENCES SPÉCIFIQUES
4. Utiliser l'outil informatique pour émettre une conjecture, pour observer et faciliter les calculs.
3. Distinguer une preuve d'une conjecture.
7. Travailler en groupe, communiquer avec les autres.

Dans la vie professionnelle, la plupart des problèmes mathématiques ou économiques sont des problèmes d'optimisation. Ils sont généralement difficiles et exigent des connaissances en analyse qui débordent le cadre du collège. Cependant, l'utilisation d'outils simples (représentation graphique d'un tableau de valeurs obtenu avec une calculatrice ou un tableur, modélisation avec un logiciel de géométrie dynamique) permet d'approcher la solution numériquement voire de conjecturer sa valeur exacte.
Dans l'exemple qui suit, il s'agit de déterminer le maximum d'une fonction qui relie, sous la contrainte d'un périmètre fixé, la largeur d'un rectangle avec son aire.

ÉNONCÉ

Jean a un mouton et veut lui réserver une partie du pré qui borde sa maison pour y construire un enclos adossé à celle-ci. Pour faire la clôture, il dispose d'un fil de fer de 30 mètres de longueur. Quelles doivent être les dimensions de l'enclos rectangulaire pour que le mouton dispose de la plus grande superficie d'herbe possible ?

SCÉNARIO

Cet exercice permet de travailler la notion de fonction.
L'exercice peut commencer par un rappel sur les formules de périmètre et d'aire d'un rectangle.
Puis les élèves peuvent faire quelques essais sur leur feuille en choisissant une échelle appropriée.
Ils peuvent ensuite mettre en équation le problème, c'est-à-dire :
- choisir la largeur du rectangle comme inconnue et la nommer, par exemple, x ;
- exprimer l'autre dimension (la longueur) en fonction de x ;
- déterminer la fonction qui associe à la largeur x, la superficie du pré.

Ils dressent ensuite un tableau de valeurs, qu'ils remplissent en utilisant un tableur (ou une calculatrice) :

Largeur du pré (m)	0	5	10	...	
Superficie du pré (m^2)					

Pour déterminer, la largeur optimale, la lecture du tableau peut suffire, mais généralement, elle ne donne qu'un intervalle. Il est alors opportun de tracer la courbe représentant cette fonction pour affiner la recherche et éventuellement reconstruire un tableau autour du maximum observé, avec les mêmes outils que précédemment.

Fichier tableur Open Office à télécharger sur www.onisep.fr/equipeseducatives/maths : Chap3Exo7.ods

PROLONGEMENTS POSSIBLES

Une interrogation doit jaillir (ou être initiée par l'enseignant) quant à la résolution du problème : peut-on être certain que le résultat obtenu est la solution optimale ?
Si l'on veut pousser plus loin la discussion, on peut reprendre l'énoncé précédent en proposant à plusieurs groupes d'élèves, différentes valeurs de la longueur du fil et opérer une synthèse au tableau pour établir la conjecture : « La largeur optimale est le quart de la longueur du fil ».
On peut faire constater aux élèves que cette conjecture est opérationnelle, en calculant l'image de la valeur correspondant au quart de la longueur du fil et en la rapprochant de la valeur optimale, lue sur le graphique et/ou le tableau.
On devrait alors conclure en distinguant la conjecture de la preuve.

Une modélisation de l'exercice avec un logiciel de géométrie dynamique peut aussi être proposée.

Fichier de modélisation GéoGébra à télécharger sur www.onisep.fr/equipeseducatives/maths : Chap3Exo7.ggb

EXERCICE 8

A-t-on le droit ?

NOTIONS ABORDÉES

Étude d'un lieu géométrique, développement d'une égalité remarquable, propriétés du triangle rectangle.

COMPÉTENCES SPÉCIFIQUES

3. Connaître et représenter des figures géométriques, utiliser leurs propriétés.
7. Savoir organiser son travail, rechercher des informations pertinentes.

Les informations que l'on recueille peuvent déborder nos repères habituels. Doit-on pour autant laisser tomber, ne doit-on pas essayer de pousser un peu, par soi-même, le cadre qu'on maîtrise ?

L'exercice proposé est un exercice complet utile pour faire le lien entre différentes parties du programme du collège et préparer au lycée. Plusieurs difficultés doivent être franchies : établir un pont entre la géométrie (triangle rectangle, théorème de Pythagore) et l'algèbre (égalités remarquables, équations du type $x^2 = a$, racines carrées, binômes), généraliser sous la forme littérale un cas particulier, assimiler une initiation à la forme canonique du binôme, utiliser plusieurs outils TICE.

ÉNONCÉ

On considère un rectangle ABCD dont les côtés AB et AC varient entre 1 cm et 6 cm.
On veut déterminer les positions d'un point M de [BC] tel que le triangle AMD soit rectangle en M.
On note a = AB, c = BC et x = BM (on a donc $1 \leq a \leq 6$ et $1 \leq c \leq 6$).

■ 1re partie

On fixe a = 2 cm et c = 6 cm

1. En utilisant un logiciel de géométrie dynamique, trouver les positions de M qui conviennent.

2. Calculer MA^2, MD^2 et donner une condition pour que AMD soit un triangle rectangle en M.

3. Montrer qu'elle aboutit à écrire : $x^2 - 6x + 4 = 0$.

4. Développer $(x - 3)^2$ et conclure qu'il s'agit de résoudre l'équation : $(x - 3)^2 = 5$.

5. Donner les solutions de cette équation.

■ 2e partie

On reprend la première partie avec des valeurs variables pour a et b.

1. En utilisant un logiciel de géométrie dynamique, réaliser une figure répondant aux contraintes de l'énoncé et donnant les positions du point M. Que remarque-t-on ?

2. Écrire une condition pour que AMD soit un triangle rectangle en M.

3. Montrer qu'elle aboutit à écrire : $x^2 - cx + a^2 = 0$.

4. La résolution de cette équation n'est pas au programme de 3e, mais comme nous sommes curieux, nous allons essayer de la faire à l'aide d'un outil de calcul formel.

a) Sur Internet, rechercher l'outil Quickmath (logiciel en anglais).
b) Dans le menu, aller sur la bannière « Equations » et sélectionner « solve ».
c) Demander à résoudre l'équation (solve) x^2 – cx + a^2 = 0 pour (for) x puis exiger la résolution grâce au bouton «solve» les solutions exactes (avec les lettres a et c) apparaissent.
d) Vérifier que pour a = 2 et c=6, on obtient les solutions trouvées dans la première partie (on pourra remplacer a et c par ces valeurs dans l'expression trouvée par le solveur ou demander à résoudre l'équation x^2 – 6x + 4 = 0).
e) S'amuser à résoudre d'autres équations.

SCÉNARIO

L'exercice est axé sur l'utilisation d'un logiciel de géométrie dynamique et sur la résolution d'une équation du second degré (hors programme de troisième).
L'objectif est de montrer que la conjecture établie lors de la simulation avec le logiciel de géométrie dynamique peut être démontrée avec des outils proches de ceux dont dispose un collégien : celui-ci sait développer une égalité remarquable et résoudre une équation du type $x^2 = a$, encore faut-il qu'elle apparaisse clairement.
Dans une deuxième partie, nettement plus difficile, on généralise la méthode avec le calcul littéral. Elle peut être mise de côté selon le niveau des élèves ou servir de prétexte à la découverte de ces merveilleux outils de calcul formel gratuits (on a utilisé Quickmath car son utilisation est immédiate).

Fichiers de modélisation GéoGébra à télécharger sur www.onisep.fr/equipeseducatives/maths : Chap3Exo8A.ggb et Chap3Exo8B.ggb

Fichier tableur Open Office (même adresse) : Chap3Exo8.ods

PROLONGEMENTS POSSIBLES

On peut donner d'autres exercices ré-investissant l'initiation à la « forme canonique du binôme » ou proposer une recherche internet sur la résolution des équations du second degré dans l'antiquité (à Babylone, en Chine, en Grèce) notamment à l'aide la méthode de la double fausse position.
Approfondir l'utilisation de Quickmath (notamment les outils Expand, Factor, Plot).

Mise en perspective

L'avenir, plein d'inconnu et de questions, se présente parfois comme un problème à résoudre ! Comment pour s'y préparer, se servir de ce que l'on apprend en classe ?
En mathématiques on apprend à raisonner de manière logique et rigoureuse, à appliquer des règles de déduction ; on apprend ce qu'est une démarche hypothético-déductive : poser un problème, faire une conjecture, la tester, démontrer, vérifier. Cette démarche de rigueur et de logique se retrouve dans nombre de domaines professionnels ou quotidiens, par exemple quand on mène une enquête !
En dernière année de collège, des questions de choix commencent à se poser pour chacun, choix d'un parcours de formation et au-delà, professionnel. Comment, pour progressivement le construire, se donner les moyens de découvrir et analyser ce qui nous entoure ; comment à partir des questions que l'on se pose, mettre en place une démarche pour s'informer et y répondre ?

COMPÉTENCES

7. Raisonner avec logique et rigueur : identifier un problème et mettre au point une démarche de résolution.

3. Questionner, identifier un problème, formuler une conjecture ou une hypothèse…

4. Créer, produire, traiter, exploiter des données.

LE PARCOURS D'ESTELLE

« Les mathématiques permettent d'acquérir une rigueur dans les réflexions que l'on mène. D'avoir à formaliser les raisonnements en langage mathématique nous permet de vérifier leur enchaînement logique. L'apprentissage des mathématiques forme l'esprit ».

Estelle, ingénieure chargée de recherche en acoustique à la SNCF *(> page 79, son parcours complet).*

CHERCHER L'INCONNUE

De nombreuses découvertes scientifiques, d'innovations techniques, ont pour origine une question.
Celle-ci peut être posée par un problème non résolu, un obstacle inattendu, un résultat aberrant ; elle peut l'être aussi par la recherche de moyens pour réaliser un rêve, un fantasme, voire imiter une figure de fiction, par exemple Icare, l'homme-oiseau pour l'aviation ou encore l'homme-machine.
La question devient ainsi une source de motivation pour se donner un projet, pour créer et agir.
L'inconnue à trouver peut être le point de départ d'un problème de mathématiques ; quand il s'agit d'avenir, désigner l'inconnue cela signifie définir clairement la question que l'on se pose, prendre la mesure de ce qu'on ne connaît pas, des informations qui manquent.
Combien d'élèves se retrouvent au CDI pour « chercher des informations », sans se poser eux-mêmes de question, ou sans avoir une idée très précise de ce qu'ils cherchent !

J.-C. Ameisen, médecin professeur et chercheur
« Aussi loin que je remonte dans ma mémoire, il y a des questions. Pourquoi les étoiles brillent dans la nuit noire ? Où s'enfuit la mer quand elle se retire ? Pourquoi les bourgeons reviennent à chaque printemps, et les feuilles et les fleurs. Où est l'arbre dans la graine... ? D'où vient le vent, la foudre et le feu qui change le bois en cendre, et disparaît ?...
Où finit le même et où commence l'autre ?... Et qu'est-ce que le hasard ?... Y a-t-il plus d'avenirs possibles que je ne pourrai en imaginer ? Comment se fait-il que je pense, rêve, et vive ? Et pourquoi faudrait-il que je meure un jour ? »
Le goût de la science. Aivik éditions, 2005

Partir de ses propres questions

- L'ensemble de la classe choisit un secteur professionnel (par exemple l'informatique). Chacun note ce qu'il en sait, le ou les métiers qu'il connaît dans ce domaine.
- Les élèves, en groupes, rassemblent toutes les informations recueillies, et les classent. Après un tour de table des productions de chaque groupe, les élèves essaient de distinguer ce qui est de l'ordre de l'opinion ou des connaissances. Ils identifient les informations qu'ils auront à rechercher ou vérifier au CDI.

Prolongement possible
Leur demander d'interviewer un professionnel :
- de définir en groupe une liste de questions à lui poser ;
- de choisir tous ensemble les cinq plus pertinentes.

Choisir à chaque étape

Le témoignage d'Estelle permet de repérer dans son parcours quelques moments-clé où elle a dû faire un choix de formation ou de travail, comment se présente-t-il à chaque étape ? :

1. Je suis en 3e j'aime la physique et la musique…
2. Je suis en science à l'université, j'aime toujours la physique, j'ai découvert que je pouvais me spécialiser et faire de la recherche en acoustique, mais je ne veux pas vraiment devenir chercheur à l'université, et puis, j'ai rencontré des profs qui m'ont conseillé de faire une école d'ingénieurs.
3. J'ai mon diplôme d'ingénieur en poche…
Je choisis de faire un stage, par chance je peux le faire au service de recherche développement de la SNCF ; j'y travaille maintenant et je fais des recherches en vue de réduire le bruit dans les gares.

Demander aux élèves :
- d'essayer de formuler les questions probables d'Estelle à chacun de ces trois moments, en tenant compte des réponses qu'elle leur a données ; quelles remarques font-ils sur la nature des différents choix à faire, perçoivent-ils la progression d'Estelle dans son projet, le chemin parcouru ? ;
- de déterminer les informations à acquérir et les démarches à faire, à chaque étape pour répondre à ces questions ;
- de donner leurs impressions sur ce parcours.

Rigueur et intuition...
Pour créer, il faut de l'intuition, imaginer des possibles, faire des liens, associer, sortir du cadre, changer de point de vue, prendre le contre-pied des idées reçues et des habitudes de penser.
« C'est par la rigueur qu'on démontre mais c'est par l'intuition qu'on invente ; sans l'intuition, le géomètre serait comme un écrivain qui serait ferré sur la grammaire mais n'aurait pas d'idées. »
Henri Poincaré mathématicien 1854-1912

INVESTIGUER EN SURFANT ?

Pour s'informer, choisir, prendre une décision, on peut s'en remettre au hasard, à son intuition, demander l'avis de camarades, ou expérimenter sans idée précise, c'est ainsi que l'on procède parfois quand on va sur le net. On peut aussi procéder par essais et erreurs, envisager plusieurs manières de faire, en somme, essayer d'avoir une démarche rationnelle, mais dans ce cas, comment fait-on ? Alors, intuition ou déduction ?

➔ Découvrir des métiers surprenants

Demander aux élèves, répartis en deux groupes au CDI, de trouver des informations sur un métier insolite ou mal connu ; de comparer la manière dont chaque groupe s'y est pris, et le type d'informations qu'il est allé chercher ?

Des exemples : aromaticien (évalue un produit destiné à l'alimentation ou à la parfumerie), avitailleur (s'occupe des carburants aériens), styliste culinaire (intervient dans la présentation des produits culinaires devant être filmés ou photographiés).

➔ L'orientation, un problème à résoudre ?

Demander aux élèves répartis en deux groupes de résoudre un problème, en proposant au premier un énoncé de mathématiques, et au second un choix d'orientation d'élève de 3e ; leur faire préciser la manière dont ils s'y sont pris, et comparer les démarches.

Exemple : le choix d'une formation en 3e : un élève voudrait bien dessiner des avions (il pourrait devenir dessinateur industriel dans l'aéronautique) ; il s'est vaguement informé et a entendu parler du bac pro « Études et définition de produits industriels » et du bac technologique STI sciences industrielles. Ne connaissant pas la différence entre les deux, il hésite avant de rédiger ses vœux au 3e trimestre !

Les Métiers de l'aéronautique et de l'espace, coll. Parcours, Onisep, 2003.

DÉCOMPOSER LE PROBLÈME

L'avenir paraît parfois compliqué, difficile à imaginer (se représenter) ! Et si, comme en mathématiques, on décomposait le problème ? De quoi est fait un projet professionnel ? Quels sont ses déterminants, ses points d'appui ? De quoi part-on ?
Il y a les idées que l'on se fait sur ce qui nous entoure, sur les métiers et les formations, que l'on croit connaître, n'a-t-on pas tendance à s'en contenter ? Il y a les habitudes de penser et de faire, celles que l'on voit autour de soi, imagine-t-on qu'il y en ait d'autres ? Les raisons qui nous motivent, les valeurs que chacun privilégie, tout comme les conditions extérieures, sont toujours singulières pour chacun, le lieu où on habite par exemple, son âge...
Une fois éclaircies ces différentes dimensions qui composent le projet à élaborer, les questions encore sans réponse, les inconnues, il devient possible d'adopter une démarche un peu plus formalisée de recherche d'informations.

➔ Organiser un projet

Une décision à prendre, qu'elle concerne un choix de voyage ou d'une formation, suppose des questions à se poser, des étapes à franchir et une organisation à mettre en place pour en assurer la réalisation, c'est-à-dire, une démarche.
Demander aux élèves, repartis en deux ou trois groupes d'organiser un voyage.
Chaque groupe rassemble toutes les questions qu'il se pose et les informations dont il a besoin, note les problèmes rencontrés, puis explique à l'ensemble de la classe la manière dont il s'y est pris pour les résoudre et s'organiser. Qu'observent-ils ? Ont-ils eu les mêmes questions ?
Les élèves comparent les démarches et déterminent ensemble celle qui serait la plus rationnelle.

➔ Moi et le travail

Analyser l'attitude de chacun par rapport à un travail nouveau. Proposer aux élèves un nouvel exercice de mathématiques, leur demander de repérer la manière dont chacun s'y prend pour l'exécuter, le choix de ce qui est pris en compte, les informations jugées utiles, les étapes nécessaires.

DE L'ÉNIGME AUX SOLUTIONS

Le chemin à parcourir pour construire son avenir, pour passer de rêves ou de désirs parfois encore vagues à des choix concrets, se détermine progressivement, par étapes. À chacune d'elles, un choix différent est à faire: l'établissement de formation où s'inscrire pour l'année suivante, une filière longue ou courte, une spécialité ou bien une profession. Comme dans une enquête, il s'agit de déterminer la manière de s'y prendre, de trouver le bon fil à suivre pour relier les faits entre eux, en vue d'une solution qui, parmi d'autres possibles, va nous convenir!
Si, à chaque étape, on a commencé par bien définir la question qui se pose, si on a pris en compte les différentes dimensions en jeu, ses propres intérêts mais aussi les contraintes de temps, de moyens, celles imposées par l'école et l'entourage, alors, on peut bâtir des hypothèses, sur les métiers, les études qui nous conviendraient, mettre en place une stratégie, en prévoyant des alternatives, se donner les moyens en mettant en œuvre une démarche d'investigation réfléchie dans la recherche des informations qui manquent.

➔ Suivre le bon ordre pour s'informer

Demander aux élèves de présenter un secteur professionnel de leur choix à leurs parents, par exemple lors d'une journée des métiers prévue en cours d'année.
Les répartir en équipes pour organiser la recherche d'information et le déroulement de la préparation. L'objectif est de les faire réfléchir à la nécessité de cohérence et de complémentarité des différentes actions à mettre en œuvre. À la fin de la préparation, leur faire comparer la manière de s'y prendre, de s'organiser, de tenir compte des contraintes de l'année: quel a été leur planning, leurs contacts, dans quel ordre…

➔ Découvrir l'organisation de l'entreprise

Demander aux élèves de trouver puis de définir la fonction des différents services de l'entreprise pour en comprendre l'organisation, par exemple une entreprise de transport, la SNCF:
Des différents services: production, recherche-développement, ressources humaines, marketing.
Lequel est en charge de:
- concevoir, par exemple des trains plus compétitifs ou moins bruyants;
- toucher une clientèle;
- organiser la production;
- recruter un collaborateur.

Voir: Quizz entreprises, collection Ressources/Activités de classe, 2009.
Et sur le site: www.onisep.fr/equipeseducatives/ rubrique Activités pédagogiques.

Savoir s'informer suppose savoir choisir ses sources, utiliser des outils d'information, adopter des méthodes d'analyse des données recueillies; tout cela s'apprend et c'est ce qui permet d'organiser les connaissances acquises, de mieux les intégrer… Reste à mettre en relation les informations avec soi, c'est-à-dire à les trier en fonction du sens, de la valeur qu'elles ont pour soi, pour pouvoir passer de l'analyse à l'action…

MÉTIER

Mener une enquête: le gendarme enquêteur et l'ingénieur dans la police technique et scientifique

Le gendarme participe à de nombreuses investigations de proximité pour constater des crimes et délits, rassembler des preuves, puis livrer les auteurs à la justice. Il procède aux recherches préliminaires, effectue des flagrants délits, reçoit plaintes ou dénonciations, établit des procès-verbaux…
L'ingénieur de la police scientifique et technique lui, procède aux analyses et examens, par exemple, au traitement des empreintes digitales.

Les Métiers du droit et de la justice, coll. Parcours, Onisep, 2008. Après le bac, coll. Dossiers, Onisep, 2009.

Exercer son esprit critique

COMPÉTENCES

3. Contrôler, exploiter les résultats ou confronter ses résultats aux résultats attendus.

7. Identifier, expliquer, rectifier une erreur.

6. Faire preuve d'esprit critique et de capacité d'analyse.

Le développement des technologies bouleverse le monde des sciences. En informatique, la puissance de calcul double tous les 18 mois. On assiste à l'essor de la modélisation-simulation. Les disciplines se « mathématisent » et de nouvelles compétences interviennent.
Dans cet environnement, il est important de posséder une autonomie de pensée, qui permet de s'ajuster aux changements qui s'accélèrent.
Se développe une nouvelle culture, qui fait appel à plusieurs disciplines et suppose des capacités à communiquer, à gérer les informations et à faire preuve d'esprit critique pour faire face aux enjeux scientifiques, sociaux et éthiques.

Exercices

Les mathématiques développent le plaisir de découvrir par soi-même une vérité, établie par un raisonnement et non imposée. Développer l'esprit critique des élèves c'est développer leur capacité à analyser des situations de la vie courante, à ne pas croire au premier abord tout ce qui est dit, lu, vu à la télévision ou sur Internet.
Les exercices de ce chapitre apportent un éclairage sur les compétences développées en mathématiques et demandées par la société pour former des adultes responsables et critiques.

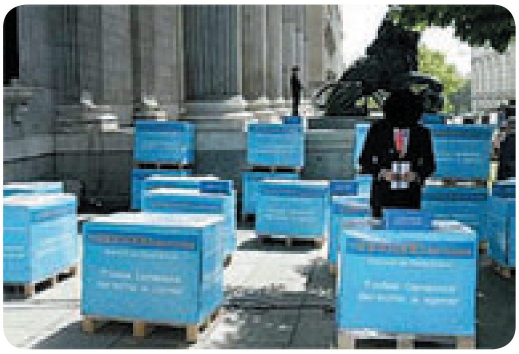
EXERCICE 1

Le poids des signatures

NOTIONS ABORDÉES
Modéliser un problème, s'interroger.

COMPÉTENCE SPÉCIFIQUE
Extraire des informations d'un fait observé.

La publicité est un moyen nécessaire aux entreprises pour se faire connaître ou lancer et promouvoir leurs produits. Tout l'art du publicitaire est de trouver un slogan qui touche, choque le consommateur, lui évoque un sentiment, fait naître en lui un besoin supplémentaire, auquel il est difficile de résister.



Source : www.lema-project.org

Dix gros camions, de grosses caisses, un nombre impressionnant de signature : tout laisse à penser que les images correspondent à la réalité. Pourtant c'est en fonction des hypothèses choisies que les images refléteront la réalité ou seront utilisées comme moyen de manipulation.
L'objectif de l'exercice proposé est d'adopter une stratégie et de se forger une opinion en réalisant quelques calculs, sans se laisser influencer.

ÉNONCÉ

Le 25 avril 2006, le parti d'opposition espagnol a présenté au congrès 4 000 000 de signatures contre un projet de loi du gouvernement. Tous les journaux espagnols ont publié des images de palettes et de camions utilisés pour transporter les signatures au congrès.
Ces camions étaient-ils nécessaires pour le transport des signatures ou pour marquer les esprits ?

SCÉNARIO

• La modélisation de cet exercice va permettre de développer l'esprit critique des élèves qui vont devoir poser des hypothèses et les confronter à la réalité. Les élèves doivent chercher seuls ou en groupe et ensuite soumettre leur réponse à la classe.
• Ce problème est assez riche pour provoquer des conjectures, plusieurs cheminements sont possibles. Ce problème s'appuie sur des connaissances et des méthodes de début de collège. Ce qui est privilégié, c'est l'autonomie et la capacité à prendre des initiatives.
• Faire des mathématiques, c'est utiliser notre imagination, le tâtonnement, la résolution de problème pour les confronter à la réalité.

Voici 3 suggestions de stratégie, qui peuvent, parmi d'autres, être adoptées par les élèves :

1re méthode

Calcul du volume d'une ramette de 500 feuilles : 21 x 29,7 x 5,5 = 30 430,35 cm^3.
Calcul du nombre de ramettes par camion : hypothèse : volume du camion 9 m^3, après calcul on obtient 2 624 ramettes.
Calcul du nombre de ramettes dans 10 camions : 26 240 ramettes environ ce qui représente 13 120 000 feuilles.
4 000 000 de signatures sur 13 120 000 feuilles !!
Mais aussi problème avec le poids : calcul du poids d'une ramette : 80 g / m^2 donne 16 feuilles pour 1 m^2 environ ce qui fait un poids de 2,5 kg.
2 624 ramettes pèsent 6 560 kg soit 6,56 t : trop lourd !!

2e méthode

Hypothèse : charge utile d'un camion : 1,6 t.
Nombre de ramettes pouvant être transporté par camion : 640.
Pour 10 camions : 6 400 ramettes qui donnent 3 200 000 feuilles.
4 000 000 de signatures réparties sur 3 200 000 feuilles ce qui donne 1,25 signature par feuille !!!

3e méthode

Calcul du nombre réel de feuilles nécessaires.
Hypothèse : 20 signatures par feuille.
200 000 feuilles nécessaires soit 400 ramettes pour un poids de 1 000 kg = 1 t.
Un camion suffirait !

« La mathématique est une science dangereuse. Elle dévoile les supercheries et les erreurs de calcul. »
(Galilée 1564-1642)

PROLONGEMENTS POSSIBLES

Analyser un article de presse, avec différentes données.

EXERCICE 2

Trouver en essayant

NOTIONS ABORDÉES
Résolution d'équations à une inconnue.

COMPÉTENCE SPÉCIFIQUE
3. Évaluer la pertinence d'un programme.

Le professionnel se doit de critiquer une méthode, une action pour évoluer, progresser ou simplement éviter la routine. Prendre ses distances peut s'avérer utile.
L'exercice propose, au regard des connaissances de troisième en algèbre, de donner son avis sur une pratique historique. Cette ancienne méthode, reposant sur un test de valeurs et un ajustement pour trouver la solution, est toujours d'actualité pour résoudre des problèmes non modélisés. Testez et vous verrez...

ÉNONCÉ

■ Méthode de fausse position simple

Francès Pellos (fin du XVe siècle) proposait le problème suivant : « *Une lance a la moitié et le tiers dans l'eau et 9 paumes à l'extérieur. Je te demande combien elle a de long* » (voir texte original ci-contre).
À l'époque l'algèbre n'existait pas et on utilisait la méthode de fausse position pour résoudre ce problème.
On choisit de prendre une valeur précise comme longueur de la lance, par exemple 12.
Puis on lui soustrait sa moitié puis son tiers et on obtient 2, au lieu de 9.
« Si 2 sont venus de 12, de combien sont venus 9 ? » À l'aide d'un produit en croix on trouve 54.

1. Tester avec une autre valeur.

2. Résoudre de manière algébrique et comparer.

Extrait du traité « Compendion de l'Abaco » de Francès Pellos, écrit en langue occitane

Una lansa ha la mytat et lo ters en ayga, et 9 palms defora. Ademandi can ha de 1 onc. Resposta: pausa 12 a ton plaser, et la mytat et lo ters de 12 sont 10, et restan 2. Impero digas ensins: si 2 sont vengus de 12, de che venon 9? Et troberas 54. Et tantos pals ha aquella lansa, et es fach. Et ensins deves fayre totas autras semblans.

■ Méthode de double fausse position

Lucas Pacioli, au XVe siècle également, proposait le problème suivant : « *Partager 44 ducats entre 3 personnes de façon que la deuxième ait le double de la première plus 4 et la troisième autant que les deux autres réunis plus 6* ».
Pacioli obtient l'équation $6x + 14 = 44$ (qui donnera $x = 5$).
Il mène ses calculs ainsi :
- une première fausse position $x_1 = 8$ donne comme somme totale $6 \times 8 + 14 = 62$, soit un excès $e_1 = 18$ (par rapport à 44) ;
- une seconde fausse position $x_2 = 6$ donne comme somme totale 50, soit un excès $e_2 = 6$.

Alors, dit Pacioli, pour avoir la valeur exacte de x, il suffit de calculer le produit du premier excès par la seconde hypothèse diminué du produit du second excès par la première hypothèse, le tout divisé par la différence des excès, soit : $x = (e_1 x_2 - e_2 x_1)/(e_1 - e_2) = 5$.
Deux fausses positions permettent de résoudre le problème posé : la méthode est dite de double fausse position.

1. Tester cette méthode avec le problème suivant : « On cherche un nombre tel que si on le multipliait par 3, on ajoutait au résultat 10, on doublait la somme et lui ajoutait 10, on obtiendrait 90 ».

2. Résoudre de manière algébrique et comparer.

SCÉNARIO

Cet exercice permet d'aborder les équations par le biais de l'histoire des mathématiques tout en présentant une évolution de l'algèbre.
• La méthode de la fausse position simple s'applique lorsqu'il y a proportionnalité dans le problème. Il consiste à proposer une tentative et à en déduire la solution à l'aide de l'écart.
Le principe de la méthode de la fausse position double s'applique lorsqu'il n'y a pas proportionnalité. On choisit deux valeurs fausses et on en déduit la solution à l'aide des écarts.
• Les élèves commencent par l'analyse et la compréhension de l'énoncé avant la mise en équation. Ils peuvent refaire les exemples avant de choisir des valeurs à tester avec ces méthodes.
La comparaison avec la résolution des équations d'aujourd'hui permet d'insister sur les évolutions des outils mathématiques. Cela donne du sens aux activités algébriques.
Remarque : dans la méthode sur la double position on a donné des exemples pour lesquels il y avait un excès par rapport à la valeur donnée. Dans le cas où il y a un excès et un déficit le calcul de x est donné par : $x = (e_1 x_2 + e_2 x_1)/(e_1 + e_2)$.

PROLONGEMENT POSSIBLE

Donner des exemples de résolution de problèmes historiques.

EXERCICE 3

Un élevage intensif

NOTION ABORDÉE
S'approprier un problème de la vie courante par tâtonnement et avec un traitement informatique.

COMPÉTENCES SPÉCIFIQUES
4. Utiliser un outil de simulation ou de modélisation en étant conscient de ses limites.
7. Faire preuve de créativité, d'anticipation.

Lors de la conduite d'une entreprise, le dirigeant doit prévoir, c'est-à-dire savoir quelle route suivre mais aussi anticiper, être vigilant tout au long du parcours.
Dans cet exercice, le fermier estime la progression de son élevage par le calcul, qui l'invite à rester vigilant face aux problèmes qu'il peut rencontrer (maladie, surpopulation...).
Un défi complémentaire à relever lors de la résolution de problèmes issus de la vie courante : bien faire la différence entre une modélisation mathématique et la réalité du terrain.

ÉNONCÉ

En janvier un fermier possède un jeune couple de lapins.
Combien de couples de lapin aura-t-il au bout de 6 mois sachant que chacun des couples produit chaque mois un nouveau couple lequel devient productif au second mois de son existence ?
Au bout de combien de temps aura-t-il plus de 1 000 000 de couples de lapins ?

SCÉNARIO

Pour visualiser progressivement tous les couples de lapins, on peut proposer aux élèves de faire apparaître le nombre de couples de lapins avec deux couleurs pour distinguer les jeunes lapins des couples de lapins reproductifs.
• Plusieurs stratégies possibles : suite de nombres, arbre, dessins… pour dénombrer les naissances mois après mois.
Du premier au douzième mois, le nombre de couples de lapins est : 1 – 1 – 2 – 3 – 5 – 8 – 13 – 21 – 34 – 55 – 89 – 144.
• Les élèves doivent remarquer que chaque terme à partir du troisième est la somme des deux précédents. C'est ce qu'on appelle une suite de Fibonacci.
• Pour trouver à partir de quel mois on aura plus de 1 000 000 de couples de lapins, il est judicieux d'utiliser le tableur. Le nombre de couples de lapins augmente très rapidement en supposant qu'il n'y ait pas de décès.
À long terme : risque de problèmes majeurs liés à la trop grande prolifération de lapins. Possibilité d'élargir le débat avec des problèmes réels de prolifération de certaines espèces animales ou végétales.

Fichiers à télécharger sur www.onisep.fr/equipeseducatives/maths : Chap4Exo3.xls ou Chap4Exo3.ods

PROLONGEMENTS POSSIBLES

Proposer un travail sur les suites de Fibonacci en lien avec le tableur : donner une suite avec un premier terme et le dernier terme, les élèves doivent trouver les nombres manquants. Possibilité d'introduire le calcul littéral.

En calculant les valeurs approchées des quotients de deux nombres successifs de la suite de Fibonacci, on trouve :
$\frac{1}{1}=1$; $\frac{2}{1}=2$; $\frac{3}{2}=1{,}5$; $\frac{5}{3}=1{,}666...$; $\frac{8}{5}=1{,}6$; $\frac{13}{8}=1{,}625...$; $\frac{21}{13}=1{,}615...$; $\frac{34}{21}=1{,}619...$; $\frac{55}{34}=1{,}617...$; $\frac{89}{55}=1{,}618...$
Si on prend le quotient de deux nombres successifs de plus en plus « éloignés », le quotient se rapproche du nombre d'or $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$.

On peut ensuite faire découvrir quelques propriétés de ce nombre d'or en travaillant sur les racines carrées.

Pour de plus amples informations, consulter le site **http://pagesperso-orange.fr/therese.eveilleau/**

« Jean de Florette »

Dialogues extraits du film de Claude Berri, d'après le roman de Marcel Pagnol.

— Vous n'avez pas une idée exacte de la fécondité de ces rongeurs. Regardez ceci.
— Je sais bien lire, mais les numéros, ça m'embrouille.
— Moi, je comprends fort bien. Avec un seul couple de lapins, un éleveur moderne peut obtenir dès la fin de la 3e année, une production mensuelle de 500 lapins. Cet expert affirme qu'un élevage qui dépasserait 5 000 têtes deviendrait un danger public. Car à partir de 1 000 mâles et 5 000 femelles, l'éleveur se trouverait submergé par un flot de 30 000 lapins dès le 1er mois, et de 2 millions à partir du 10e mois ! Une province, et même tout un pays en seraient réduits à la famine !
— Vous croyez ?
— Parle-lui de l'Australie !
— Ce malheureux continent, 14 fois plus grand que la France a failli périr à cause d'un couple de lapins amené par un émigrant. Ces rongeurs ont rasé des champs et des prairies entières ! Il a fallu construire une barrière électrifiée de plus de 2 000 km et il a fallu en abattre par millions !
— C'est ce genre de lapin que vous voulez amener ici ?
— Heureusement, non.

EXERCICE 4

Les achats à crédit

NOTIONS ABORDÉES
Appliquer un pourcentage.

COMPÉTENCES SPÉCIFIQUES
3. Mettre en œuvre une procédure, un algorithme.
4. Utiliser un outil de simulation ou de modélisation en étant conscient de ses limites.

L'une des missions du responsable de la gestion budgétaire et financière est de gérer la dette, les ressources de l'entreprise et de proposer des stratégies pertinentes. En professionnel averti, il veille à respecter l'équilibre entre un endettement utile et nécessaire, et une capacité de remboursement suffisante.
L'exercice permet la compréhension du mécanisme de crédit tout en éclairant son jugement de futur consommateur.

ÉNONCÉ

C'est bientôt Noël et Jean veut faire plaisir à toute sa famille. Il se promène dans le magasin « acheter c'est facile ».
Il se dirige au rayon TV-Hifi électroménager vers la dernière télévision Imagenet qui coûte 999,99 €. Le meuble qui va avec coûte 320 €.
La télé lui plaît et il aimerait l'avoir à Noël avec le meuble, il se dirige vers le vendeur qui lui propose une offre alléchante : « Achetez maintenant et vous paierez l'an prochain. Première mensualité Janvier 2010, taux d'intérêt mensuel : 1,05 %. Les mensualités seront de 50 € seulement ».

1. Combien de temps mettra Jean à rembourser cet achat ?

2. Et si au lieu de prendre un crédit avec des mensualités, Jean économisait le montant de sa mensualité chaque mois, pendant combien de temps devrait-il économiser pour s'offrir sa télé ?

SCÉNARIO

Il est nécessaire de faire calculer par les élèves les intérêts sur le capital et le capital restant à payer pour ce premier mois. Faire de même pour le deuxième mois.

• Puis l'utilisation d'un tableur permet de créer le tableau d'amortissement. Les élèves peuvent ainsi visualiser le nombre de mensualités nécessaires et calculer le coût du crédit. La dernière mensualité est ajustée.

• Faire comprendre la différence entre un taux annuel et un taux mensuel.

• Les élèves comparent l'achat à coûtant et l'achat à crédit.

Fichiers à télécharger sur www.onisep.fr/equipeseducatives/maths : Chap4Exo4.xls ou Chap4Exo4.ods

EXERCICE 5

Effet de structure sur les moyennes

NOTIONS ABORDÉES
Calculer des moyennes pondérées.

COMPÉTENCE SPÉCIFIQUE
3. Mettre en œuvre un raisonnement.

Les statistiques sont largement utilisées dans le monde du travail pour rendre compte de l'activité, aider à la prise de décision, pour communiquer. Ce reflet synthétique associé à une présentation agréable est fortement apprécié par les médias. Toutefois, il s'agit de ne pas se laisser abuser par l'éclairage donné ou les résultats mis en valeur, comme le montre l'exercice ci-dessous.

ÉNONCÉ

Les entreprises A et B recherchent un jeune diplômé.
Perrine et Ismaël, tout juste sortis de leur école, sont intéressés par ces offres d'emploi mais avant de postuler, ils cherchent des renseignements complémentaires sur ces entreprises, en particulier le salaire moyen distribué.
Ils obtiennent les informations suivantes :

Entreprise A	**Entreprise B**
Salaire moyen : 48 600 €	Salaire moyen : 56 800 €

1. Selon vous, dans quelle entreprise vont postuler Perrine et Ismaël ? Pourquoi ?

2. Une fois embauchés dans l'entreprise B, ils ont accès à un document plus complet, indiquant les différences entre le salaire des hommes et celui des femmes, regroupées dans le tableau suivant :

	Entreprise A		**Entreprise B**	
	Effectif	Salaire	Effectif	Salaire
Hommes	10	72 000 €	80	62 000 €
Femmes	90	46 000 €	20	36 000 €

Retrouver par le calcul les renseignements collectés par Perrine et Ismaël avant leur embauche.

3. Selon vous, quelles seront les réactions de Perrine et d'Ismaël au regard du tableau précédent ?

4. Comment expliquer cet état de fait ?

SCÉNARIO

Dans un premier temps, ne donner que l'information concernant le salaire moyen dans chaque entreprise et demander aux élèves de se positionner, en choisissant l'entreprise dans laquelle ils souhaiteraient travailler.

• Après avoir vérifié que les informations sur les salaires moyens des deux entreprises sont compatibles avec les renseignements complémentaires, il convient de revoir le choix précédent, à l'aide de l'éclairage nouveau : dans l'entreprise A, les deux postulants auraient été mieux payés.

• Toutefois, Perrine peut aussi remarquer que même si elle est mieux payée dans l'entreprise A, elle conserve toujours un revenu inférieur au revenu moyen car bien inférieur à celui des hommes.

PROLONGEMENT POSSIBLE

Prolonger ce travail par l'écart entre le salaire des hommes et des femmes (cf. Exercice 5 du Chapitre 1 de cet ouvrage).

EXERCICE 6

Paradoxe de Lewis Caroll

NOTIONS ABORDÉES
Utiliser les formules trigonométriques ou la notion de pente d'une droite.

COMPÉTENCE SPÉCIFIQUE
3. Contrôler la vraisemblance d'un résultat.

Le responsable qualité, en garant de l'image de l'entreprise, doit, à partir de son observation, détecter les éventuels défauts pour les corriger ou les éliminer. Il promeut l'amélioration de la qualité par des actions correctives, en analysant les raisons des défaillances et en y remédiant. Avoir l'œil ça se travaille. Dans l'exercice suivant, l'observation peut amener l'élève à écrire une égalité fausse. Heureusement, une justification très simple corrige la vision faussée par un léger chevauchement.

ÉNONCÉ

Avec les quatre pièces suivantes : 2 triangles rectangles dont les côtés perpendiculaires mesurent 13 et 5 cm et 2 trapèzes rectangles de petite base 5, de grande base 8 et de hauteur 8, on peut fabriquer soit un carré, soit un rectangle.

1. Quelle est l'aire du carré ? Du rectangle ?

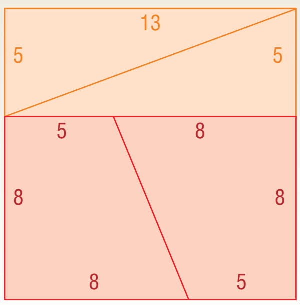
2. Quel est le paradoxe mis en lumière par Lewis Caroll ?

3. Montrer que ce paradoxe est le résultat d'un petit chevauchement des pièces le long de ce que l'œil croit être la diagonale du rectangle.

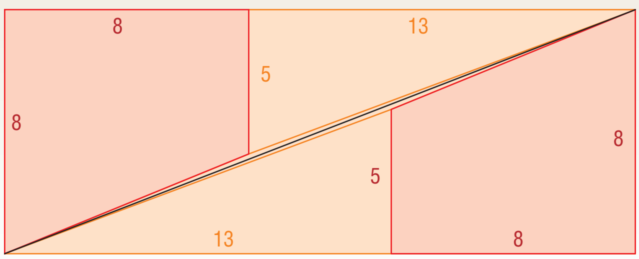
SCÉNARIO

• La première étape consiste à faire réaliser les quatre pièces de puzzle (2 triangles rectangles et 2 trapèzes rectangles) et de construire avec elles un rectangle et un carré.

• La seconde étape sert à montrer, par le calcul, que le carré et le rectangle ont des aires différentes, bien que ces deux figures soient réalisées avec les mêmes pièces de puzzle (Paradoxe de Lewis Carroll : 168 = 169).



• La dernière étape dévoile la supercherie par un calcul de pente ou d'angle. En effet, dans le cas du rectangle, le trapèze et le triangle se chevauchent légèrement : c'est imperceptible à l'œil nu mais très clair à l'aide du calcul.



EXERCICE 7

La tour Eiffel : un modèle de légèreté

NOTIONS ABORDÉES
Agrandissement, réduction.

COMPÉTENCES SPÉCIFIQUES
3. Contrôler la vraisemblance d'un résultat.
4. S'informer, se documenter.

Cet exercice nous offre la possibilité d'épouser le rôle de l'architecte, qui élabore sa maquette de présentation, en partant d'un ouvrage mondialement connu, ayant nécessité des prouesses techniques et ne devant sa survie qu'au progrès technologique.
À partir des caractéristiques de la réalisation, que l'on peut trouver facilement sur le site officiel de la Tour Eiffel, il s'agira de créer un modèle réduit qui respectera toutes les dimensions mais également la masse.
Mais au fait, la masse est-elle proportionnelle à la taille ? L'idée *a priori* que l'on peut avoir, sera-t-elle confirmée ou infirmée par le calcul ?

ÉNONCÉ

On désire réaliser un modèle réduit en fer de la Tour Eiffel de 32,4 cm de haut.
Utiliser le site officiel de la Tour Eiffel pour réaliser les recherches de données nécessaires à la résolution de l'exercice.

1. Quelle est la masse, en kilogrammes, du modèle réduit ?

2. Quelle est la masse volumique, en kilogrammes par mètre cube, de la Tour Eiffel, en l'assimilant à une pyramide à base carrée ?
Quelle est la masse volumique, en kilogrammes par mètre cube, du modèle réduit de la Tour Eiffel ?

3. Quel est le rayon du cylindre de révolution de hauteur 324 m qui entoure la Tour Eiffel ?
Quel est le volume de ce cylindre de révolution ?
Quelle est la masse de la colonne d'air dans laquelle se trouve la Tour Eiffel, sachant que la masse volumique de l'air est de 1,293 $kg.m^{-3}$?
Quelle est la masse de la colonne d'air dans laquelle se trouve le modèle réduit de la Tour Eiffel ?

SCÉNARIO

• La première partie est l'élément déclencheur, qui est censé faire naître un débat au sein de la classe, à partir des résultats différents qui seront trouvés par les élèves.
• La seconde et la troisième partie, par les calculs qu'elles proposent, devraient permettre d'éliminer les propositions les plus aberrantes (réduction proportionnelle de la masse) pour ne conserver que la valeur théorique la plus acceptable, à savoir une dizaine de grammes. Étonnant non !

PROLONGEMENTS POSSIBLES

Un travail sur l'Indice de Masse Corporelle (IMC) qui précise que le corps humain ne doit pas respecter la proportionnalité entre la masse et la taille mais plutôt entre la masse et le carré de la taille.
En effet, le rapport $\frac{\text{masse}}{\text{taille}^2}$ est censé rester constant durant la vie adulte ou tout au moins, selon l'Organisation Mondiale de la Santé (OMS), compris entre 18 et 25.

EXERCICE 8

L'angle invariant

NOTIONS ABORDÉES
Modéliser un problème, s'interroger.

COMPÉTENCE SPÉCIFIQUE
3. Extraire des informations d'un fait observé.

Une façon originale de présenter le théorème de l'angle inscrit, comme un cas de conservation des angles bien particulier. En effet, voici un problème qui ne trouve sa solution que dans le cas du cercle.
De plus, deux exemples, peu fréquents en mathématiques, de problèmes qui peuvent ne pas avoir de solutions tout en étant intéressants à étudier.

ÉNONCÉ

Réaliser les constructions suivantes sur un logiciel de géométrie dynamique.

1. Tracer un segment [AB] et une droite (d) parallèle à ce segment.
Placer un point mobile M sur la droite (d) et mesurer l'angle $\widehat{AMB}$.
Nommer le fichier obtenu VotreNom_fig1.

2. Tracer un carré de côté [AB].
Placer un point mobile M sur le carré et mesurer l'angle $\widehat{AMB}$.
Nommer le fichier obtenu VotreNom_fig2.

3. Tracer un cercle de centre O passant par deux points A et B.
Placer un point mobile sur les deux arcs de cercle de centre O passant par A et B et mesurer l'angle $\widehat{AMB}$.
Nommer le fichier obtenu VotreNom_fig3.
Quelles remarques peut-on faire à l'aide des trois figures ? Quelle conjecture nous permet la troisième construction ?

SCÉNARIO

Il s'agit de proposer, aux élèves, de réaliser trois constructions, plutôt simples, sur un logiciel de géométrie dynamique puis de profiter de la mobilité de la figure pour réaliser des conjectures. L'observation permet d'aboutir à la conservation de l'angle $\widehat{AMB}$ uniquement lorsque M parcourt l'un des deux arcs de cercle d'extrémités A et B.

PROLONGEMENT POSSIBLE

Utiliser le fichier Géogébra de la « Boite à trucs », téléchargeable sur le site pédagogique de mathématiques de l'académie d'Amiens, qui permet de conjecturer que la mesure de l'angle inscrit est la moitié de l'angle au centre interceptant le même arc de cercle.

http://pedagogie.ac-amiens.fr/maths/BAT/Angles/inscrit.centre.ggb

Mise en perspective

© JÉRÔME PALLET / ONISEP

Surveiller, contrôler, éviter les erreurs, ce sont les tâches du contrôleur aérien.

COMPÉTENCES

7. Identifier, expliquer, rectifier une erreur ; distinguer ce dont on est sûr de ce qu'il faut prouver ; mettre à l'essai plusieurs pistes de solution ; savoir s'auto-évaluer.

3. Contrôler, exploiter les résultats (vraisemblance du résultat, rapport au résultat attendu, validation de la conjecture ou hypothèse).

6. Faire preuve d'esprit critique.

En mathématiques, il y a eu aussi des erreurs célèbres comme le rapporte Jean-Pierre Escofier dans son Histoire des mathématiques.

« Les pythagoriciens soutenaient que tout dans la nature est nombre entier ou rapport de nombres entiers. C'est probablement en – 430 qu'un résultat inattendu est découvert : l'irrationalité de la racine carrée de 2…c'est-à-dire l'impossibilité (de l'écrire)… sous forme d'un quotient… d'entiers. »

Mais qu'appelle-t-on une erreur ? Une erreur empêche-t-elle de réussir ? Ou… comment en tirer parti ?

Exercer son esprit critique, c'est apprendre à analyser, à vérifier la cohérence de résultats ; c'est aussi apprendre à identifier ses propres erreurs, à anticiper les obstacles pour pouvoir y faire face et prendre un nouveau départ.

LE PARCOURS D'ESTELLE

« Je n'ai pas fait d'erreur de parcours, j'ai juste pris mon temps pour décider de ce que je souhaitais faire. J'ai toujours fait mes choix en fonction de mes goûts pour les différentes matières mais en gardant à l'esprit que je construisais aussi mon avenir professionnel. »

Estelle, ingénieure chargée de recherche en acoustique à la SNCF
(> page 79, son parcours complet).

COMPARER SON POINT DE VUE

Avant de s'engager, comparer les informations, leur source, prendre en compte les avantages et les inconvénients d'une décision, permet de prendre la mesure de ce qui existe, de se faire une idée plus objective, d'évaluer la situation dans laquelle on se trouve. C'est aussi en comparant les opinions et les positions de chacun que l'on peut élargir son point de vue, prendre un autre angle, parfois inattendu, sortir des idées reçues et des préjugés, qu'ils soient individuels ou collectifs. Quelquefois même, c'est ainsi que l'on va trouver des solutions à des situations apparemment bloquées.

➔ Imaginer plusieurs chemins pour se former

Demander aux élèves en groupe de choisir un objectif professionnel commun, chercher les différents moyens de se former pour y parvenir, comparer les filières en termes d'avantages et d'inconvénients.

Par exemple, que choisir pour :
– Faire du commerce : un bac économique ou scientifique ?
– Devenir webmestre : quelles formations ?
– Devenir analyste-financier : une école d'ingénieurs ou de commerce ?
– Devenir ingénieur : une école ou l'université ?

> Voir en particulier :
- Les métiers du marketing, de la vente et de la pub, Parcours, Onisep 2008 : Les métiers de l'informatique, Parcours, Onisep 2008 ; Banque assurances finances, Parcours, Onisep 2007 ; Les écoles d'ingénieurs, Dossiers, Onisep 2008.

➔ Comparer avantages et inconvénients d'un métier

Un débat contradictoire ou le tribunal des métiers :
Les élèves choisissent 2 ou 3 métiers et se répartissent en 4 ou 6 groupes, selon le nombre d'élèves. Pour chaque métier, un groupe « avantages » et un groupe « inconvénients » cherchent les arguments à faire valoir (brainstorming). Un rapporteur les relève. Lors de la mise en commun, chaque groupe répond alternativement aux arguments du groupe opposé.

> Voir : Au collège, le parcours de découverte des métiers et des formations, Ressources/Activités de classe, Onisep 2009.

➔ Tester ses opinions

• Demander aux élèves de choisir un personnage qu'ils admirent et de rédiger un petit texte pour le présenter. En classe, leur demander d'écrire toutes les critiques qu'ils pourraient lui adresser. Choisir quelques exemples, et relever les commentaires des élèves sur la difficulté de l'exercice et ce qu'ils en ont appris.
• Variante : Choisir un thème de débat (par exemple : tout le monde peut être bon en mathématiques) et demander aux élèves de se situer en étant « pour » ou « contre ». Les élèves répartis en 2 groupes « pour » et « contre » vont défendre les arguments contraires à la position qu'ils ont prise au départ. Les élèves indécis seront observateurs et devront analyser la forme et les contenus du débat.

Des erreurs profitables en mathématiques
« Les vérités mathématiques sont-elles immuables et définitives comme on l'imagine habituellement ? Certains théorèmes reconnus valables pendant plusieurs décennies doivent parfois être remis en question ! Pourtant des « imprécisions » ou même des erreurs peuvent être profitables lorsqu'elles sont analysées en profondeur »
Étienne Ghys,
chercheur en mathématiques.

La preuve en mathématiques
Si l'ordinateur permet, grâce à sa puissance de calcul d'établir de nouveaux résultats en sciences, il permet également d'en vérifier grâce à des logiciels conçus pour cela.
Benjamin Werner chercheur à l'Inria (Institut national de recherche en informatique et automatique),
La Recherche n°426 janvier 2009.

ANALYSER SES ERREURS

En mathématiques quand on obtient un résultat aberrant, on peut corriger son erreur et exercer ainsi son esprit critique. En orientation, est-ce comparable ? Un rêve qui se réalise peut-il entraîner des regrets ? Parfois une voie choisie se révèle être une impasse, ne pas nous convenir, par idéalisation et méconnaissance de ce que l'on avait choisi ou ignorance de ce qui compte pour soi. Par exemple, l'élève qui découvre en seconde son désir d'une insertion plus rapide, celui qui rêve d'un métier en y occultant la place des maths, son point faible…

Se confronter à la réalité de l'expérience permet de percevoir ses erreurs, de tester ses rêves et ses valeurs, comme on teste une hypothèse en maths, de vérifier la validité de ses choix, la réalité de ses intérêts, ses points forts et ses points faibles… Il peut s'agir d'une rencontre avec des enseignants ou des élèves d'une formation envisagée, un stage, un job d'été… Mais comme en maths, une erreur ne pourra être profitable, que si on l'analyse…

➔ Commencer par décoder

Proposer aux élèves une activité autour de petites annonces publicitaires pour un appartement à louer, un voyage ou un emploi. Leur demander d'analyser la façon de les présenter, le vocabulaire choisi, la manière dont sont masqués les inconvénients ; leur faire dessiner d'après le texte ce qu'ils imaginent. Leur demander de noter ce qu'il faudrait prendre en compte et ce qu'il faut vérifier avant de prendre une décision d'achat.

➔ Où est l'erreur ?

Proposer aux élèves le cas d'un élève de seconde qui aurait choisi de faire l'option cinéma en seconde. C'est un élève qui fait de petits films grâce à une caméra qu'il a reçue en cadeau ; il ne rêve que de cinéma et souhaite devenir caméraman ; pourtant il est déçu par la section choisie. Leur demander de faire des hypothèses sur les raisons de sa déception et de trouver les arguments qui justifieraient le choix de cette section.

Prolongement possible
Leur proposer une recherche au CDI

> **Voir :** Exploiter le clip métier : directeur de la photo et reporter photographe sur www.onisep/equipeseducatives/ :activités pédagogiques ; Accompagner/découverte du monde professionnel/ressources pour l'option 3h/ exploiter un clip métier ; Radio TV. Parcours, Onisep, 2006.

SE TROMPER, ESSAI OU ERREUR ?

Changer de destination en cours de route, prendre plus de temps que prévu, ou choisir un chemin de traverse, est-ce toujours se tromper ? Suivant les circonstances ou les caractères, les parcours seront linéaires ou chaotiques, les rêves réalistes ou utopiques, une même expérience, vécue comme une erreur ou un enrichissement. Essayer, c'est avancer sans certitude et sans preuves, c'est toujours prendre un risque…

Notre regard sur les événements varie avec le temps, la pertinence d'un choix s'évalue souvent différemment sur le moment et dans l'après-coup. Qui n'a pas fait l'expérience d'un voyage, dont on garde un souvenir idyllique et qui s'avère décevant quand on le refait ! À l'inverse, ce qui apparaissait comme une erreur ou un échec devient parfois, avec le recul, un événement nécessaire et bénéfique. Pourtant à chaque fois, on aimerait tant avoir la preuve que l'on fait le bon choix, être sûr de ne pas se tromper !…

➔ Comparer les stages en entreprise

Demander aux élèves, après leur séquence de découverte de l'entreprise, de se regrouper en fonction de leur choix de secteurs professionnels, de comparer leurs expériences et de présenter un rapport de stage commun.

Prolongement possible
Chercher ensemble les bénéfices à retirer d'une expérience d'un stage.

➔ Analyser un cas

À partir de l'analyse d'un parcours, proposer un débat aux élèves sur la notion d'erreur :

> *« Sophie est une bonne élève qui, après un bac scientifique et une classe préparatoire, abandonne ses études malgré sa réussite et va à l'étranger. Elle y trouve un petit boulot de serveuse, puis revient. À la rentrée suivante, elle décide de préparer une formation en œnologie et de travailler dans le secteur de la restauration ».*

Que penser de son parcours et de ses choix ?
Que serait, pour eux, une erreur d'orientation ?

TIRER PARTI DES ÉVÉNEMENTS

Les parcours sont rarement linéaires ; les événements, à l'origine de changements de cap, cela peut être un échec à un examen ou un à concours, échec inattendu ou parfois secrètement espéré, en particulier quand il permet de justifier une décision trop difficile à prendre. On peut penser à l'élève qui échoue à un concours auquel il s'est présenté pour satisfaire le désir de ses proches, et non par choix.
L'échec peut devenir alors l'obstacle à dépasser, qui va mobiliser toute l'énergie, permettre de progresser et prendre un nouveau départ.
Les manières de surmonter les difficultés, de rebondir sont multiples, variables suivant les personnes et le contexte : si on prend l'exemple d'une recherche d'emploi dans un domaine professionnel exigeant, on peut choisir de réduire ses ambitions et changer d'idée de métier, ou bien au contraire se former plus, pour augmenter ses chances...

➔ Percevoir et se tromper

Suite à l'exercice de mathématiques sur la Tour Eiffel, ayant servi d'exemple dans ce chapitre, demander aux élèves en prolongement, de rechercher des informations au CDI sur les métiers des matériaux, des structures métalliques et celui d'architecte.

➔ Réussir malgré les obstacles

Demander aux élèves de rechercher individuellement un exemple de scientifique célèbre ayant dû dépasser des obstacles pour réussir.
En groupe, les élèves choisissent un exemple et l'exposent aux autres, en donnant les raisons de leur choix.

➔ Réagir dans une situation difficile

Proposer aux élèves un jeu de rôle pour faire apparaître la variété des réponses dans une même situation :
Demander deux ou trois binômes d'acteurs volontaires pour jouer successivement, un échange verbal entre un élève et son enseignant, à propos de ses difficultés lors de son stage.
Après le jeu de rôle, l'ensemble des élèves répertorient les attitudes et réponses possibles dans ce type de situation ; puis en groupe les élèves analysent les différentes situations possibles d'un redoublant en début d'année scolaire (raisons du redoublement, sentiments ressentis, motivation...).

Choisir ou subir ...

— Voyez comme la vie est mal faite. Je suis né dans la montagne, je ne me sens bien que dans la montagne.... Mais dans mon village, j'ai eu le tort d'être un bon écolier consciencieux. Le maître m'a poussé dans l'engrenage des écoles et un beau jour, la machine à fabriquer des ingénieurs m'a déposé dans un bête de pays que je n'aime pas, où je regrette mes montagnes et un autre genre d'existence.
— Allons, Archambaud, ne vous plaignez pas. Vous êtes dans la vie.
— Bien sûr et après ? Je n'ai pas choisi de vivre ici. Mon métier non plus, je ne l'ai pas vraiment choisi. Mes études en ont décidé. [...]
— On peut très bien sortir d'une école avec un diplôme d'ingénieur et se faire garçon de café. Vous n'aimez pas la plaine, dites-vous, mais on trouve des usines dans certains pays de montagne et même dans le Haut-Jura. Vous en êtes-vous jamais inquiété ? N'empêche que vous avez raison de vous plaindre de n'avoir pas choisi. Ca vous fait certainement du bien et c'est une occasion de rêver.

Marcel Aymé, *Uranus*. Gallimard 1948

MÉTIER

Des professionnels qui traquent les erreurs !

Vérifier, dépister les erreurs, ne pas avoir droit à l'erreur :
– dans le bâtiment : le chef de chantier...
– les métiers de la comptabilité, le contrôleur des impôts
– le magistrat présidant une cour de justice...
– dans l'entreprise : le qualiticien, les contrôleurs de gestion, technique auto, des centrales nucléaires, les experts...
Un exemple, le qualiticien : Il contrôle tout : laboratoires d'études, lignes de fabrication, services qualité, achats, maintenance..., fournisseurs et sous-traitants. La qualité est de plus en plus couplée avec les aspects d'hygiène, de sécurité et d'environnement. De nouvelles normes et réglementations obligent à repenser les produits dès la conception pour réduire les déchets toxiques et les risques de pollution, sans oublier les risques de maladies professionnelles. Dans ce contexte, le(a) qualiticien(ne) définit les objectifs- qualité à atteindre, indique les moyens à mettre en œuvre, sensibilise le personnel, traque toute défaillance, et corrige les causes. Il ou elle va enquêter auprès des consommateurs, recueillir leur avis, et si nécessaire, rectifier le tir.

« Le Dico des métiers ». Les Dossiers. Onisep 2009.

5

D'hier à demain

COMPÉTENCES

3. Questionner, identifier un problème (passé, présent ou futur).

7. Savoir organiser son travail : planifier, anticiper.

5. Acquérir une culture par la connaissance de l'évolution des idées, des concepts.

Les mathématiques ont traversé les siècles en permettant l'essor de nouvelles disciplines, de nouvelles applications et l'apparition de nouvelles notions. Difficile d'estimer à l'avance quelles parties des applications des mathématiques serviront un jour et dans quels secteurs. La théorie des nombres qui a mis des siècles à servir est devenue incontournable en cryptographie. Beaucoup d'outils mathématiques anciens (théorèmes de Thalès, de Pythagore, racines carrées…) sont encore très utiles. D'autres ont évolué avec l'essor de l'algèbre, les nombres ont laissé la place aux lettres. Les mathématiques sont loin d'avoir dévoilé tous leurs secrets, et nombreux sont les mathématiciens amateurs ou professionnels à se prendre au « jeu des mathématiques ». Les exercices de ce chapitre permettent d'aborder des problèmes anciens ou plus récents qui sont toujours d'actualité dans de nombreux champs professionnels.

Exercices

En constante évolution, les mathématiques sont portées par les découvertes et les recherches de nombreux mathématiciens dans de nombreux secteurs : les métiers de la finance, de la biologie, de la géologie, de la physique, de l’automobile, de l’informatique.

EXERCICE 1

Le théorème de Thalès d’hier à aujourd’hui

NOTION ABORDÉE
Connaître et utiliser le théorème de Thalès.

COMPÉTENCES SPÉCIFIQUES
3. Connaître le principe de fonctionnement d’un objet technique, connaître le corps humain.

Cet exercice est composé de deux parties. Il permet de voir comment une notion a traversé les siècles pour être encore très utile aujourd’hui dans de nombreux domaines, comme la photographie, la biologie. Les appareils photo utilisent tous le principe de la chambre noire. La lumière réfléchie par un objet placé devant la chambre noire y pénètre par un petit trou. Une image inversée du sujet se projette sur la paroi opposée au trou. Si l’objet est parallèle à la chambre noire, il y a une configuration de Thalès. Pour les appareils argentiques, l’image est projetée sur une pellicule.

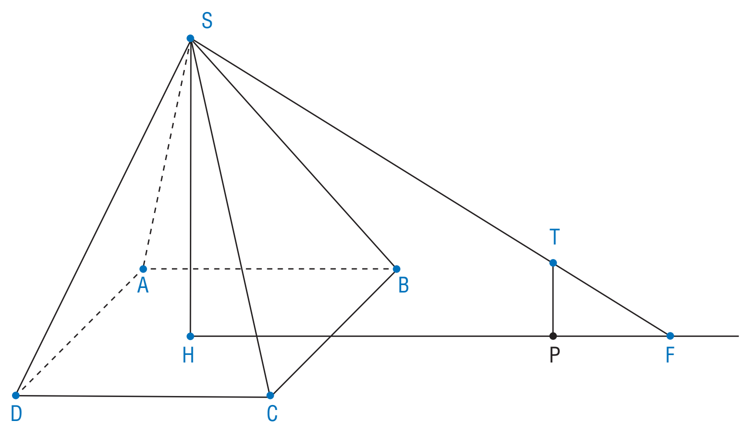
ÉNONCÉ

1re partie

Cette pyramide a une base carrée de côté 230 m. Pour mesurer la hauteur de cette pyramide, Thalès se plaça au milieu d’un des côtés de la base et s’éloigna d’une longueur égale à la moitié de ce côté, perpendiculairement à la pyramide. Il constata que les sommets de son ombre et celle de la pyramide coïncidaient. Thalès mesurait 1,73 m et son ombre 2,74 m.

1. Tracer le triangle SHO en choisissant une échelle appropriée.

2. Calculer la hauteur de cette pyramide.

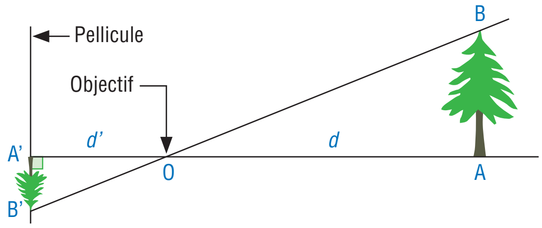


■ 2e partie

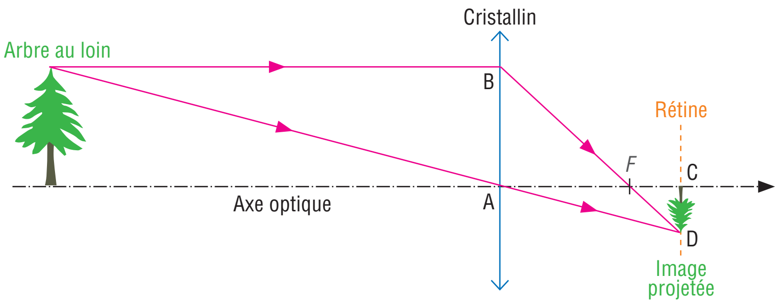
1. Voici le schéma simplifié du fonctionnement d'un appareil photographique : un objet [AB] situé à une distance d de l'objectif O a une image [A'B'] sur la pellicule située à une distance d' de O (exercice brevet).

a) Démontrer que (AB)//(A'B').

b) Pour un certain appareil d' = 50 mm. Un sapin d'une hauteur de 12 m se trouve à 15 m de l'objectif. Quelle est la hauteur de l'image qui se forme sur la pellicule ?



2. Le cristallin de l'œil joue le rôle d'une lentille convergente. Les images sont projetées sur la rétine au niveau d'une région voisine de l'axe optique appelée tache jaune.



Source : Hachette éducation, Phare 3e 2008.

La partie du cristallin AB mesure 5,5 mm ; la zone sensible de la rétine a un rayon CD de 0,6 mm. La profondeur de l'œil AC est 18 mm. Calculer la distance focale AF.

SCÉNARIO

Cet exercice est composé de deux parties indépendantes.

• Dans la première, une figure doit être tracée en choisissant une échelle adaptée au problème. Pour calculer la hauteur, les élèves doivent utiliser le théorème de Thalès dans le triangle tracé.

• Dans la seconde partie, ils reconnaissent une configuration de Thalès dans la modélisation d'un appareil photographique en commençant par prouver le parallélisme de deux droites. Enfin, ils sont amenés à travailler en modélisant le fonctionnement de l'œil humain.

PROLONGEMENTS POSSIBLES

Poursuivre le travail en lien avec la physique en optique ou la SVT avec l'étude de la vue.

Thalès

Thalès est un des plus anciens savants grecs. Il naquit à Milet au VIIe siècle avant notre ère et voyagea en Mésopotamie et en Égypte. D'après la légende, il remontait le Nil jusqu'à la grande Pyramide de Khéops quand il la vit se dresser devant lui. Cette pyramide gardait un secret jusqu'alors connu du seul pharaon qui l'avait fait construire : nul ne connaissait sa hauteur.

« Puisque ma main ne peut effectuer cette mesure, ma pensée l'effectuera ».

EXERCICE 2

L'énigmatique nombre π

NOTIONS ABORDÉES
Les polygones réguliers, les racines carrées.

COMPÉTENCES SPÉCIFIQUES
3. Capacité à évaluer la pertinence d'un calcul, d'un raisonnement.
4. Capacité à utiliser un outil de simulation (ou de modélisation) en étant conscient de ses limites.

Dans les temps très anciens, on savait que pour obtenir le périmètre d'un cercle, il fallait multiplier le diamètre par un nombre proche de 3. De nombreuses méthodes souvent empiriques ont été proposées pour approcher cette valeur. Archimède proposa une méthode à l'aide de raisonnements géométriques permettant d'encadrer ce nombre de façon indiscutable et précise.
Cet exercice permet de proposer aux élèves un problème de géométrie motivant, et d'expliquer comment, par le passé on a réussi à approcher ce nombre si mystérieux. Aujourd'hui, cela paraît si naturel de l'utiliser et pourtant…
L'étude de la distribution des nombres dans la partie décimale de π permet de tester la puissance des ordinateurs et des algorithmes. Malgré les améliorations de certains algorithmes de calcul, la complexité des formules dépasse les capacités des ordinateurs.

ÉNONCÉ

1re partie

Soit C un cercle de centre O, de rayon R.

1. Construire un hexagone régulier $A_1A_2A_3A_4A_5A_6$ inscrit dans le cercle.

2. Exprimer en fonction de R le périmètre du polygone régulier.

3. Soit H le milieu de $[A_1A_2]$, prouver que le triangle OHA_1 est rectangle.

4. Exprimer en fonction de R la longueur OH. OH est appelé l'apothème de l'hexagone.

5. La droite (OH) coupe le petit arc A_1A_2 en T. Construire la tangente au cercle C au point T ; elle coupe (OA_1) en B_1, (OA_2) en B_2. On admettra que $[B_1B_2]$ est un côté d'un deuxième hexagone régulier, dont les six côtés sont tangents au cercle, il est circonscrit au cercle. Tracer cet hexagone régulier.

6. Que peut-on dire des côtés des deux hexagones inscrits et circonscrits deux à deux ?

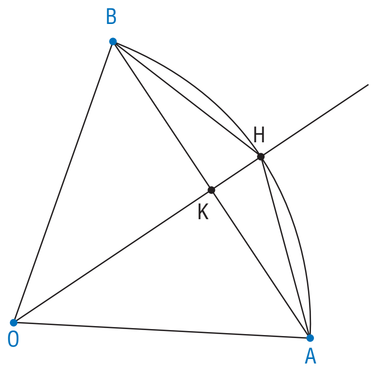
7. En appliquant le théorème de Thalès aux triangles OHA_1 et OTB_1, exprimer TB_1 en fonction de R.

8. Exprimer le périmètre de l'hexagone $B_1B_2B_3B_4B_5B_6$ en fonction de R.

9. D'après Archimède, le périmètre du cercle est compris entre le périmètre de l'hexagone inscrit et celui de l'hexagone circonscrit au cercle. Si le rayon R est égal à 0,5, en déduire un encadrement du nombre.

2e partie

Généralisation à un polygone à n côtés.
On peut aussi approcher le nombre π en construisant des polygones réguliers inscrits au cercle de rayon 0,5 cm dont le nombre de côtés de ces polygones est de plus en plus grand.
On considère un polygone régulier (P) à n côtés de centre O inscrit dans un cercle (C) de rayon 0,5 cm. On construit les médiatrices de chacun des côtés du polygone. On admet qu'on obtient un nouveau polygone régulier (Q) inscrit au cercle à 2n côtés.



1. (OH) est la médiatrice de [AB]. Démontrer que $OK^2 = 0{,}25 - \frac{AB^2}{4}$.

2. Montrer que $HK^2 = 0{,}25 - OK + OK^2$

3. En déduire HK^2 en fonction de AB.

4. Démontrer que la longueur du côté HB du polygone régulier (Q) est égale à $\sqrt{0{,}5 - \sqrt{0{,}25 - \frac{AB^2}{4}}}$

5.
a) Si n = 4 ; en déduire la nature du polygone régulier ; calculer la longueur du côté [AB] en déduire le périmètre du polygone régulier. Calculer HB.
b) Utiliser un tableur pour déterminer à partir d'un carré inscrit dans un cercle de rayon 0,5, la longueur des côtés d'un octogone, d'un polygone régulier à 16 côtés… inscrits dans ce cercle.
c) Que remarque-t-on sur le périmètre des polygones réguliers ?

SCÉNARIO

• Dans une première partie, les élèves étudient comment obtenir un encadrement du nombre à partir de deux hexagones réguliers avec la méthode d'Archimède. Cela apporte un nouvel éclairage sur ce nombre connu depuis la classe de 6e. Plusieurs notions sont abordées ce qui permet un mélange de cadres : géométriques, numériques, algébriques. Ils utilisent des théorèmes de géométrie classiques : le théorème de Thalès, le théorème de Pythagore, l'introduction du calcul littéral et le calcul avec les racines carrées. Cet exercice permet d'avoir π compris entre 3 et $\frac{6}{\sqrt{3}}$.

• L'objectif de la deuxième partie est de proposer une méthode permettant d'approcher de plus en plus près grâce au tableur. Cet exercice demande une certaine aisance dans le maniement des racines carrées.

• L'utilisation du tableur est ici pertinente. Les calculs sont gérés par le tableur et en augmentant assez vite le nombre de côtés des polygones réguliers on obtient une bonne approximation de π. Les élèves peuvent tracer la figure pour $n = 4$ et ainsi visualiser plus facilement la construction du polygone régulier à 8 côtés pour une meilleure appropriation des formules qui sont loin d'être évidentes.

• Plus on augmente le nombre de côtés des polygones, plus les longueurs des côtés sont petites. L'affichage des petits nombres sur le tableur atteint vite ses limites. On peut aborder ainsi les limites des logiciels (voire des calculatrices).

Fichiers Excel ou Open Office à télécharger sur www.onisep.fr/equipeseducatives/maths : Chap5Exo2.xls ; Chap5Exo2.ods

PROLONGEMENTS POSSIBLES

Proposer une réflexion sur l'ancienneté et la difficulté de certains problèmes ; sur l'astuce et l'obstination des chercheurs à toutes époques.

Les limites de certains calculs ; les erreurs d'arrondis et leurs conséquences parfois fatales…

Approche de nombre π

Pour connaître les 31 premières décimales du nombre, il suffit de réciter le quatrain suivant :
- que j'aime à faire apprendre ce nombre utile aux sages ;
- immortel Archimède, artiste ingénieur ;
- qui de ton jugement peut priser la valeur ;
- pour moi ton problème eut de pareils avantages.

Archimède, mathématicien grec (287-212 avant J-C) a déterminé une approximation de la longueur du cercle par des polygones inscrits et circonscrits, ayant des côtés de plus en plus grands. Il obtint pour deux polygones réguliers à 96 côtés circonscrits et inscrits, $3 + \frac{10}{71} < \pi < 3 + \frac{1}{7}$.

Près de six cent heures de calcul sur un ordinateur doté d'un téra-octet de capacité de stockage ont permis à l'équipe japonaise du professeur Kanada de calculer 1 241 100 000 000 décimales de π.

EXERCICE 3

La beauté d'un nombre

NOTIONS ABORDÉES
Racines carrées et fractions.

COMPÉTENCES SPÉCIFIQUES
5. Capacité à identifier et comprendre les relations entre différents domaines comme l'architecture, la musique, la photographie.
7. Capacité à manifester de la curiosité.

Voilà un nombre qui a fait beaucoup parler de lui.
On le désigne par la lettre grecque $\phi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$ (phi) en hommage au sculpteur grec Phidias (né vers 490 et mort vers 430 avant J.C) qui décora le Parthénon à Athènes.
C'est Théodore Cook qui introduisit cette notation en 1914. Ce nombre a traversé les siècles et est connu dans de nombreux domaines : architecture, peinture, anatomie, nature, musique, comme on peut le voir dans cet exercice.

ÉNONCÉ

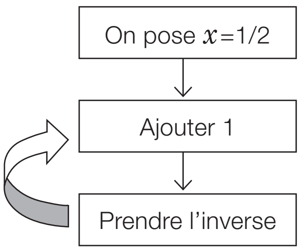
1re partie

a. Calculer la valeur exacte des quotients suivants :

$A = 1 + \frac{1}{2}$ $\qquad C = 1 + \cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{2}}}$

$B = 1 + \cfrac{1}{1+\cfrac{1}{2}}$ $\qquad D = 14 + \cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{2}}}}$

b. Utilisation d'un tableur.
Soit l'algorithme de calcul suivant :



À l'aide d'un tableur, représenter cette suite de nombres. Que se passe-t-il ?

2e partie

De nombreux architectes considèrent que les rectangles d'or, dans lesquels le rapport entre la longueur et la largeur est égal au nombre d'or ont des proportions plus harmonieuses.

1. Si la largeur d'un rectangle d'or est 5 m. Quelle est sa longueur ?

2. Si la longueur d'un rectangle d'or est 6,4 m. Quelle est sa largeur ?

3. Exprimer la longueur L d'un rectangle d'or en fonction de sa largeur l. Que peut-on dire de cette fonction ?

3e partie

1. Construire un carré ABCD de côté 5 cm.

2. Placer le milieu I de [DC]. Tracer un arc de cercle de centre I passant par B qui coupe la demi-droite [DC) en un point E. Terminer la construction du rectangle AFED.

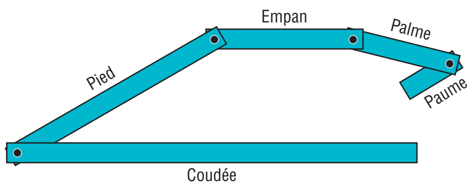
3. Montrer que IB = $\frac{5\sqrt{5}}{2}$.

Calculer la longueur du rectangle AFED.

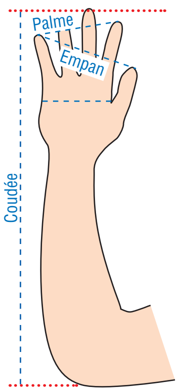
Calculer $\frac{DE}{AD}$. Que remarque-t-on ?

4e partie

Au moyen-âge, les bâtisseurs de cathédrale utilisaient une pige constituée de cinq tiges articulées, correspondant chacune à une unité de mesure de l'époque, relatives au corps humain : la paume, la palme, l'empan, le pied et la coudée.



1. Compléter le tableau en arrondissant au centième sachant qu'une unité de base la ligne est égale à 2,247 mm.



Paume	34 lignes	.... cm
Palme	55 lignes	.... cm
Empan	89 lignes	.... cm
Pied	144 lignes	.... cm
Coudée	233 lignes	.... cm

2. Comment passe-t-on d'une mesure à la suivante ?

SCÉNARIO

Cet exercice se compose de quatre parties indépendantes. Elles sont complémentaires car elles expliquent le rôle du nombre d'or.

• Les calculs fractionnaires de la première partie sont un peu fastidieux si les élèves ne remarquent pas le passage à l'inverse dans le calcul suivant. Ils doivent donc penser à utiliser à chaque fois le résultat précédent.

• L'utilisation du tableur dans la deuxième partie permet de multiplier le nombre de calculs du a. Le tableur apporte un gain de temps. Les élèves peuvent aussi corriger les calculs du a. Ils doivent adapter le format des nombres dans la cellule pour avoir une bonne précision de la partie décimale.

• Les parties 2 et 3 de cet exercice permettent de découvrir le nombre d'or en géométrie.

• Dans la dernière partie les élèves doivent remarquer qu'on passe d'une mesure à l'autre en la multipliant par le nombre d'or et qu'une unité de mesure est égale à la somme des deux précédentes.

Fichiers Excel ou Open Office à télécharger sur www.onisep.fr/equipeseducatives/maths : Chap5Exo3.xls, Chap5Exo3.ods

PROLONGEMENTS POSSIBLES

Exploiter l'exercice 3 du chapitre 4 sur les lapins. En effet, les valeurs approchées des quotients de deux nombres successifs de la suite de nombre obtenue se rapprochent du nombre d'or : $\frac{1}{1}$; $\frac{2}{1}$; $\frac{3}{2}$; $\frac{5}{3}$; $\frac{8}{5}$.

Découverte des propriétés du nombre d'or : un nombre qui lorsqu'on lui ajoute l'unité devient son carré, et, lorsqu'on lui soustrait l'unité devient son inverse.

Recherche sur Internet sur l'histoire du nombre d'or.

Petite histoire du nombre d'or

- **Il y a 10 000 ans :** dans le temple d'Andros découvert sous la mer des Bahamas, première présence du nombre d'or.
- **2 800 avant J.-C. :** Les dimensions de la pyramide de Khéops respectent le nombre d'or.
- **Ve siècle avant J.-C. :** Le sculpteur Phidias utilise le nombre d'or pour décorer le Parthénon d'Athènes.
- **IIIe siècle avant J.-C. :** Dans le livre VI des Éléments, Euclide évoque le partage d'un segment en extrême et moyenne raison.
- **Vers 1492 :** Léonard de Vinci utilise le nombre d'or dans le dessin de l'Homme de Vitruve.
- **1498 :** le moine Fra Luca Pacioli, écrit « de Divin aproportione » (la divine proportion).
- **XIXe siècle :** Adolf Zeising parle de « section d'or » et s'intéresse à l'architecture et à l'esthétique. Il cherche ce rapport et le trouve dans de nombreux monuments classiques. Il évoque le côté mythique et mystique du nombre d'or.
- **Début du XXe siècle :** Maila Ghyka écrit L'Esthétique des proportions dans la nature et dans les arts (1927) et Le nombre d'or et Rites et rythmes pythagoriciens dans le développement de la civilisation occidentale (1931). Il insiste sur la prééminence de ce nombre.
- **Au cours du XXe siècle :** des peintres tels Dali et Picasso, ainsi que des architectes comme Le Corbusier, ont recours au nombre d'or.
- **1945 :** Le Corbusier fait breveter son Modulor qui donne un système de proportions entre les différentes parties du corps humain.
- **1998 :** Le record de calcul des décimales est réalisé par Simon Plouffe : 10 000 000 décimales (29 minutes de calcul).

EXERCICE 4

Une femme et des nombres

NOTIONS ABORDÉES
Nombres entiers, nombres premiers.

COMPÉTENCE SPÉCIFIQUE
3. Capacité à utiliser les nombres entiers, les tables de multiplication.

Cet exercice permet de présenter les travaux d'une mathématicienne du XVIII^e siècle dans un domaine en plein essor aujourd'hui : la théorie des nombres. L'étude des nombres premiers a des conséquences fondamentales dans de divers domaines : codage de l'information, sécurisation des cartes bancaires, sécurisation des transactions sur Internet…
Sophie Germain a permis de faire progresser un des théorèmes les plus célèbres de Fermat en réduisant les cas à envisager.

ÉNONCÉ

Rappel : Un nombre premier est divisible seulement par 1 et par lui-même.

Sophie Germain s'intéressa à certains nombres premiers, appelés nombres premiers de Sophie Germain. Ce sont les nombres premiers « N » tels que 2N + 1 le soit aussi.
Par exemple, 2 et 3 sont des nombres premiers de Sophie Germain puisque 2 x 2 + 1 = 5 est premier et 3 x 2 +1 = 7 est premier.

1. Construire la table des nombres premiers inférieurs à 100.

2. Trouver les dix nombres de Sophie Germain inférieurs à 100.

SCÉNARIO

Pour construire la table des nombres premiers inférieurs à 100, les élèves peuvent utiliser le crible d'Eratosthène. On écrit dans un tableau les nombres entiers de 1 à 100. On barre le nombre 1 qui n'est pas premier. On garde le nombre 2. Puis on barre tous les multiples de 2. Puis on garde 3 et on barre tous les multiples de 3. Et ainsi de suite.
Stratégie d'essais pour trouver les 10 nombres solutions.

PROLONGEMENTS POSSIBLES

On ne sait pas s'il y en a une infinité, mais le dernier trouvé est $48047305725 \cdot 2^{172403}-1$ (2007).
Faire le lien avec l'histoire des idées, des notions qui ont évolué au cours des âges grâce à des hommes et des femmes.
Rattacher à l'orientation où aucun parcours n'est réservé spécifiquement aux garçons. Utiliser les mises en perspective de ce chapitre.

Sophie Germain, une mathématicienne du XVIII^e siècle

Née le 1er avril 1776 à Paris, de famille bourgeoise, c'est à l'âge de treize ans qu'elle découvre le monde des mathématiques par la lecture du récit de la vie d'Archimède. Elle lit alors tout ce qui lui tombe sous la main, élaborant ses propres traductions de certains ouvrages classiques. On dit même qu'elle se levait la nuit pendant le sommeil de ses parents pour étudier à la lueur d'une bougie.
À dix-neuf ans, elle parvient à obtenir les notes de cours de l'École Polytechnique. Elle commence à entretenir une correspondance avec Lagrange, qui y est professeur d'analyse, sous le pseudonyme de « M. Le Blanc ». Lorsque Lagrange découvre la supercherie, il est profondément admiratif devant le courage de cette femme. Elle reçoit en 1816 le Grand prix des sciences mathématiques de l'Académie des Sciences de Paris.
La théorie des nombres est le premier domaine où Sophie Germain apporte une contribution importante. Elle a lu les *Disquisitiones Arithmeticae de Gauss*, et échange avec ce dernier douze lettres entre 1804 et 1809, toujours sous le pseudonyme de M. Le Blanc. On lui doit notamment les plus importantes avancées sur le théorème de Fermat depuis Euler (1738), et avant Kummer (1840). Elle démontre que si n est un nombre premier (distinct de 2) tel que 2n + 1 est un nombre premier, alors un triplet d'entiers (x, y, z) ne peut vérifier l'équation de Fermat :
$x^n + y^n = z^n$ que si n divise l'un des 3 entiers. Ces résultats ont encouragé notamment Dirichlet et Legendre à traiter le cas n = 5, puis Lamé le cas n = 7.

Source : Bibm@th.net

EXERCICE 5

Naissance d'un projet collaboratif

NOTIONS ABORDÉES
Nombres entiers, nombres premiers.

COMPÉTENCES SPÉCIFIQUES :
3. Capacité à utiliser les nombres entiers, à tester des valeurs

Cet exercice est l'occasion de présenter un projet d'une grande ampleur dans le monde entier avec les nombres de Mersenne. Ces nombres qui existaient dès l'Antiquité sont aujourd'hui un des enjeux des mathématiques.
M43 a été découvert en 2006 par le projet GIMPS (Great Internet Mersenne Prime Search) qui associe la puissance partagée de milliers d'ordinateurs pour réaliser des calculs complexes. Près de 200 000 PC ont participé à cette découverte. Le challenge est de trouver un nombre avec plus de 13 millions de chiffres.
La recherche des nombres premiers contribue à l'amélioration des programmes de multiplication de grands nombres. Elle permet aussi de vérifier la fiabilité des processeurs et des ordinateurs. Les nombres de Mersenne premiers sont d'ailleurs utilisés par Apple pour de la cryptologie. Le dernier a été découvert en avril 2009.

ÉNONCÉ

Un nombre de Mersenne premier est de la forme $M_p = 2^p - 1$, où p est premier.
Donner la liste des 6 premiers nombres de Mersenne.

SCÉNARIO

Les élèves doivent chercher si un nombre est premier après avoir utilisé la formule donnée dans l'énoncé.

PROLONGEMENTS POSSIBLES

Les mathématiques, loin d'être figées sont très vivantes et interactives.
Recherche par les élèves des sept défis du millénaire dotés chacun d'un prix de un million de dollars pour celui ou celle qui en viendrait à bout.
Recherche dans divers secteurs industriels, économiques, artisanat de l'évolution des usages des mathématiques. En quoi les métiers ont-ils évolué dans leurs rapports aux mathématiques ?

Le projet GIMPS

Le logiciel GIMPS est l'ancêtre des logiciels de calcul. Depuis quelques années, de nombreux internautes participent à une loterie un peu spéciale. Après l'installation du logiciel sur leur ordinateur, le serveur attribue à l'ordinateur un nombre premier à huit chiffres. Le logiciel calcule avec les nombres de Mersenne pour découvrir si on obtient un nouveau nombre premier. Si oui, le possesseur de l'ordinateur obtient une récompense. Après deux ans sans aucune découverte et des milliers d'ordinateurs connectés, le projet a annoncé en 2008 la découverte des 45 et 46^{e} nombres premiers de Mersenne, soit les deux plus grands nombres premiers jamais découverts.
Le nombre : $2^{42643801} - 1$ est le 47^{e} nombre de Mersenne premier connu, et c'est le 13^{e} trouvé par le projet GIMPS en 13 années. Pour le moment il porte le nom M 46 car il est le 46^{e} dans l'ordre de taille, plus petit que son grand frère M 47 donc. Et il a… presque 13 millions de chiffres !

Source : www.futura-sciences.com

EXERCICE 6

Jeu de hasard

NOTIONS ABORDÉES
Les probabilités.

COMPÉTENCES SPÉCIFIQUES
3. Déterminer des probabilités dans des contextes familiers par un calcul exact, par des fréquences observées expérimentalement.
4. Capacité à utiliser un logiciel de modélisation.

Les probabilités sont aujourd’hui l’une des branches importantes des mathématiques. Toutes les entreprises de finance utilisent «le credit scoring». C’est un ensemble d’outils mathématiques qui permet d’attribuer à tout futur emprunteur une note de risque en calculant la probabilité qu’il fasse défaut.
De même, les assurances dans le calcul des primes doivent évaluer les risques de tout assureur en tenant compte de certains critères. Ces critères sont déterminés par des formules complexes mathématiques.
Cet exercice permet de présenter un exemple de situation probabiliste à partir de l’étude d’un jeu de hasard.

ÉNONCÉ

Isabelle pense que si on lance deux dés et qu’on s’intéresse à la somme des nombres de la face supérieure, on obtient plus facilement 6 que 7. Pierre pense le contraire. Comment les départager ?

1re partie

Effectuer 30 lancers de deux dés, et noter leur somme. Que remarque-t-on ?

2e partie

Réunir les résultats de l’ensemble de la classe. Comparer avec la réponse de la première partie.

3e partie

Simulation du lancer de 2 dés identiques

1. Quelles sont les issues possibles ?

2. À l’aide d’un tableur simuler le lancer de deux dés, et calculer leur somme.
Comparer les fréquences d’apparition de 6 et de 7 en augmentant le nombre de lancers.
Aide technique : ALEA.ENTRE.BORNES(1 ; 6) permet d’avoir un entier aléatoire compris entre 1 et 6
NB.SI permet de compter combien de fois un nombre revient dans une colonne (ou dans une plage sélectionnée).

4e partie

1. Quelle est la probabilité d’obtenir une somme égale à 6 ?

2. Quelle est la probabilité d’obtenir une somme égale à 7 ? Conclure.

SCÉNARIO

- L’exercice est composé de plusieurs parties qui peuvent être adaptées en fonction des objectifs visés de l’enseignant.
- L’énoncé peut rester ouvert sans donner les quatre parties pour ainsi faire émerger chez les élèves l’idée d’expérimenter en lançant plusieurs fois deux dés. Pour multiplier le nombre d’expériences, les résultats de la classe ne suffisent plus, le tableur permet d’augmenter le nombre de lancers très rapidement. L’utilisation du tableur est ici pertinente mais limitée car les résultats observés restent expérimentaux. Le fichier tableur peut être construit par les élèves, ou exploité en classe entière par l’enseignant.
- Pour obtenir les probabilités d’obtenir 6 ou 7, les élèves peuvent construire un arbre de probabilité.

Fichiers excel à télécharger sur www.onisep.fr/equipeseducatives/maths : Chap5Exo6.xls, Chap5Exo6.ods

PROLONGEMENTS POSSIBLES

Variation de cet exercice : en étudiant la différence des nombres lus sur les deux dés ou la distance entre ces deux nombres.
Recherche des secteurs professionnels qui utilisent les probabilités.

Le problème du Duc de Toscane

Galilée (1564-1642) a été le premier à résoudre ce problème.
On lance 3 dés à 6 faces et on s’intéresse à la somme de leurs faces supérieures. Au XVIe siècle, le Duc de Toscane avait remarqué qu’on obtenait 10 plus souvent que le 9 alors qu’il y avait autant de façons d’avoir 9 que 10.

EXERCICE 7

Mathématiques et politique

NOTIONS ABORDÉES
Angles inscrits, trigonométrie, figures géométriques du plan.

COMPÉTENCES SPÉCIFIQUES
3. Mobiliser ses connaissances et ses compétences mathématiques pour mener à bien une démonstration.
7. Rechercher les informations utiles, être capable de raisonner avec logique et rigueur, savoir organiser son travail.
5. Avoir des repères historiques.

De tout temps, l'homme s'est lancé des défis. La géométrie avec la règle et le compas ou avec uniquement le compas a été riche en problèmes de construction. Ces outils mathématiques que certaines professions utilisent encore ont été sources d'inspiration pour de nombreux mathématiciens ou « apprentis mathématiciens ». Parce qu'elles révèlent des qualités de rigueur, d'abstraction et d'imagination, les mathématiques ont constitué aussi la discipline de prédilection de nombreux hommes politiques dans le passé. Cet exercice présente deux problèmes historiques résolus par des personnes devenues célèbres mais pas grâce aux mathématiques.

ÉNONCÉ

■ 1re partie : le problème de l'Empereur

Construction préliminaire

Soit C un cercle dont on souhaite connaître le centre ; et A et B deux points sur ce cercle.

1. Tracer le cercle C1 de centre A passant par B. Ce cercle coupe le cercle C en B et en C.

2. Tracer le cercle C2 de centre B passant par A et le cercle C3 de centre C passant par A. Ces deux cercles se coupent en A et en D.

3. Tracer le cercle C4 de centre D passant par A, il coupe C1 en deux points E et F.

4. Tracer le cercle C5 de centre E passant par A et le cercle C6 de centre F passant par A. Ces deux cercles se coupent en A et en un point O.

5. Quel est le centre du cercle C ?

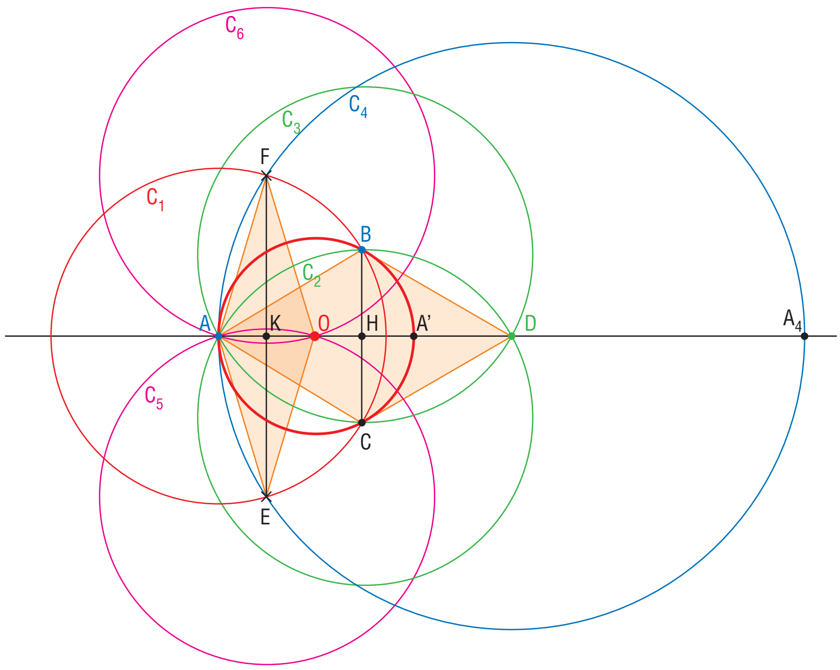
Une démonstration

On désigne par r, r_1, r_2, r_3 et r_4, les rayons respectifs des cercles C, C_1, C_2, C_3 et C_4.

1. Justifier que $r_1 = r_2 = r_3$. En déduire que le quadrilatère ABDC est un losange de côté r1, puis que la médiatrice de [BC] est la droite (AD).

2. Justifier que le point O est un point de cette médiatrice (AD).

3. On désigne par H le centre du losange ABDC et par A' le point diamétralement opposé au point A sur le cercle C. On considère les deux triangles AHC et ABA'.



a) Justifier que ces deux triangles sont des triangles rectangles.

b) Écrire l'expression de $\sin(\widehat{HCB})$ et $\sin(\widehat{AA'B})$ en fonction de r_1.

c) Montrer que les angles $\widehat{HCA}$ et $\widehat{AA'B}$ sont des angles de même mesure.

4. En déduire la relation : AD =

5. Justifier les égalités suivantes : FO = FA, EO = EA et AE = AF. En déduire que le quadrilatère AEOF est un losange de côté r_1.

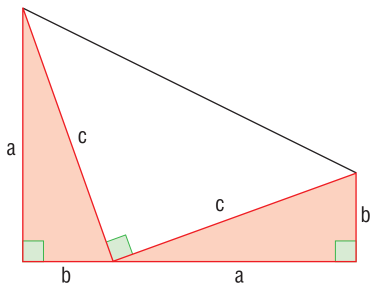
6. On désigne par K le centre du losange AEOF et par A4, le point diamétralement opposé à A sur le cercle C 4.
Etablir comme précédemment que : $AO = \frac{r2\;1}{r_4}$

7. En remarquant que AD = r4, déduire que OA = r. Conclure.

Paul Painlevé (1863-1933)
Paul Painlevé est un homme politique français, plusieurs fois président du Conseil sous la IIIe République, ministre de l'Instruction, de la Guerre et de l'Air. Il entra en politique à l'occasion de l'affaire Dreyfus et devint membre de la Ligue des droits de l'homme. Ce fut surtout un brillant mathématicien : normalien, professeur à l'École Polytechnique, il était spécialiste en l'aéronautique, et président de l'Académie des Sciences. Il publia de nombreux travaux reconnus : en son honneur, des équations et des fonctions portent son nom. Il est inhumé au Panthéon.

2e partie : le problème du Président

À partir de la figure ci-contre démontrer la propriété de Pythagore.
(Aide : on rappelle que l'aire d'un trapèze est le produit de la demi-somme de ses bases par sa hauteur.)



SCÉNARIO

1re partie:
On peut effectuer cette construction sur papier et/ou en utilisant un logiciel de géométrie dynamique. On insistera sur la nécessité de bien repérer les différents objets, qui sont nombreux, sous peine d'être perdu dans la figure.
• La démonstration est longue et fait appel à de nombreuses connaissances de géométrie. Elle est cependant accessible dès lors qu'elle est continuellement guidée.
Elle se fait en plusieurs étapes. Une certaine aisance avec les calculs littéraux est demandée aux élèves. Des aides peuvent être proposées à la question g). Cette question peut être adaptée en fonction des difficultés des élèves ; ou peut-être demandée en devoir à la maison.
• Cet exercice est intéressant car il permet de mettre en avant la difficulté de certaines propriétés qui semblent faciles et qui nécessitent une démonstration assez longue et laborieuse.

Repère historique : cette construction est due au mathématicien italien Mascheroni (1750-1800), spécialiste de la géométrie du compas, que Napoléon Bonaparte (1769-1815) rencontra lors de la campagne d'Italie (1797). Le futur Empereur en exposa une démonstration à l'Académie des Sciences.

Fichier Geogebra à télécharger sur www.onisep.fr/equipeseducatives/maths : Chap5Exo7.ggb

3e partie
La démonstration est astucieuse et peut servir de prétexte au développement de l'égalité remarquable donnant le carré d'une somme de deux termes.

Repère historique : cette démonstration a été proposée par le vingtième président des États-Unis, James A. Garfield (1831-1881), le 1er avril 1876.

PROLONGEMENT POSSIBLE
Une recherche sur d'autres mathématiciens en politique. Le théorème de Napoléon.

EXERCICE 8

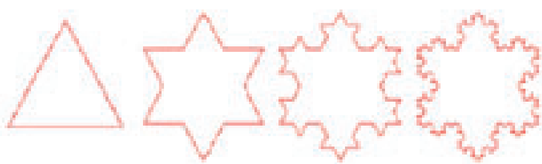
NOTIONS ABORDÉES
Les puissances, calcul du périmètre d'une figure.

COMPÉTENCES SPÉCIFIQUES
3. Rechercher, extraire des informations ; organiser les informations pour les utiliser ; raisonner logiquement.
5. Capacité à produire du sens, à mobiliser des savoir-faire techniques.

Une géométrie révolutionnaire

La fin des années 60, voit l'apparition d'une nouvelle notion abordable par nos élèves mais qui très vite a permis des progrès dans la compréhension du monde : la géométrie fractale. Dans cet exercice, les élèves sont amenés à utiliser cette notion dans des figures géométriques. À partir d'une même figure, ils doivent construire d'autres figures semblables. C'est une petite initiation à cette notion qui est loin d'avoir dévoilé tous ses secrets : le flocon de neige de Koch. Avant même que la notion ne soit inventée, un mathématicien suédois Von Koch avait étudié en 1904 une figure s'appuyant sur un triangle qui, en se fractionnant, ressemble à un flocon de neige.

ÉNONCÉ
La figure ci-contre s'obtient en 4 étapes.



1. À partir d'un triangle équilatéral de côté 6 cm ; reproduire cette figure.

2. Calculer le périmètre de chacune de ces figures.

SCÉNARIO

• Aucune indication n'est donnée au départ. Après observation des différentes étapes, les élèves doivent remarquer qu'à chaque fois on ajoute un triangle sur chacun des côtés et qu'ainsi on augmente la longueur du côté du tiers. Ainsi après n étapes on obtient une longueur égale à $\left(\frac{4}{3}\right)^n$ pour chacun des côtés du triangle initial.
Les élèves doivent remarquer qu'il suffit de travailler avec un côté du triangle initial.

Si n = 1 : la nouvelle longueur est $\left(\frac{4}{3}\right)^1 \times 6 = 8$ cm donc le périmètre est $3 \times 8 = 24$ cm

Si n = 2 : la nouvelle longueur est $\left(\frac{4}{3}\right)^2 \times 6 = 32/3$ donc le périmètre est 32 cm

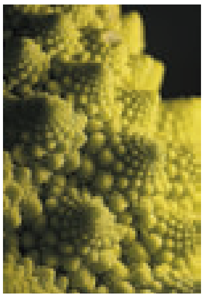
Si n = 3 : la nouvelle longueur est $\left(\frac{4}{3}\right)^3 \times 6 = 128/9$ donc le périmètre est 128/3 cm

Fichier Geogebra à télécharger sur
www.onisep.fr/equipeseducatives/maths : Chap5Exo7VanKoch.ggb et Chap5Exo7VanKoch4.ggb

PROLONGEMENTS POSSIBLES

Limites de la construction géométrique, à partir de quelle étape la figure devient-elle impossible à tracer ?
Lien avec la SVT, les arts plastiques…

Transformations fractales



La géométrie fractale est un nouvel outil pour étudier ces structures. Benoît Mandelbrot a baptisé fractals ces objets pour lesquels le local et le global sont similaires. À partir d'un chou-fleur, en détachant un bouquet on obtient un petit chou-fleur très semblable à celui du départ et ainsi de suite.

- **En informatique**, on est amené à utiliser une transformation fractale qui consiste à modifier l'image à l'aide d'un opérateur, de manière à ce que son aspect visuel reste quasiment inchangé. Dans la compression d'images par les fractales, il est possible d'utiliser la méthode basée sur les systèmes de fonctions itérées (répétitives), pour reproduire des images comme les nuages, les feuilles, les arbres…

- **En biologie :** les fractales permettent de maximiser une surface dans un volume fini. Les poumons, les reins et les intestins, peuvent être comparés à des fractales ce qui permet d'avoir une surface de contact plus grande avec le sang. On peut ainsi optimiser leurs échanges avec celui-ci. Les fougères, les arbres, les légumes peuvent être aussi décrits avec ce procédé. Il suffit de trouver la formule fractale qui permet de répéter à plusieurs reprises ce modèle pour savoir la façon dont ces organismes fonctionnent.

- **En météorologie :** des structures comme les tourbillons se passent dans l'atmosphère autant à l'échelle planétaire qu'à l'ordre de 1 mm. Donc, par l'analogie de ces petites structures avec les plus grosses, on peut, par le principe des fractales, décrire tous les phénomènes atmosphériques quelle que soit leur échelle.

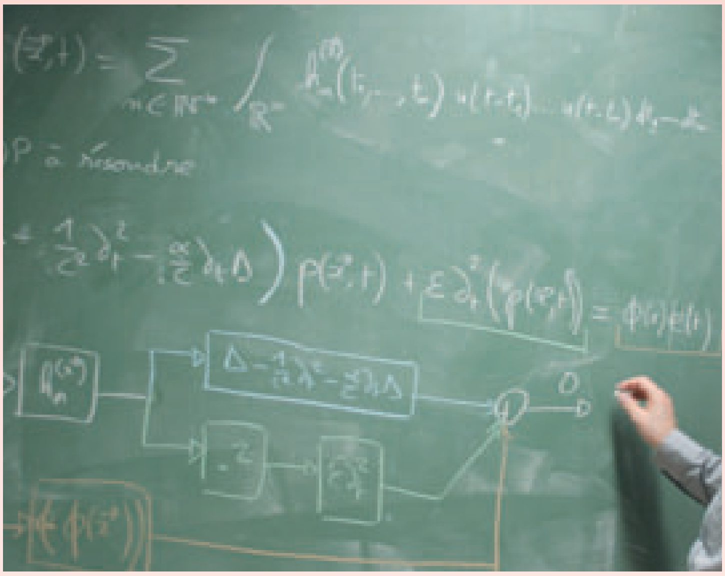
- **Art fractal :** la géométrie fractale permet aussi d'effectuer de surprenantes réalisations dans le domaine des arts. C'est grâce à leur beauté, leurs formes esthétiques que les fractales ont tant de succès. Cette géométrie a créé un nouveau type d'art visuel.

Source : Travail de vulgarisation scientifique réalisé par des étudiants du Cégep de Rimouski et de l'IUT de Cachan.
http://csteq.com/pages_htm/projets_jeunes

Mise en perspective

Les sciences bougent, le monde se transforme… Comment construire son parcours de formation puis son parcours professionnel en anticipant et se préparant soi-même à changer, à évoluer.

Première écriture mathématique connue, deux siècles avant notre ère, à Babylone.



COMPÉTENCES

7. Choisir un parcours de formation, première étape de la formation tout au long de la vie ; prendre des décisions.

3. Questionner, identifier un problème (passé, présent ou futur).

5. Acquérir une culture par la connaissance de l'évolution des idées, des concepts.

LE PARCOURS D'ESTELLE

«Il faut se laisser le temps de construire son projet professionnel, on en prend quand même pour quarante ans de carrière…Tout au long de mes études, j'ai choisi de faire ce que j'aimais, j'ai toujours pu en faire quelque chose.»

Estelle, ingénieure chargée de recherche en acoustique à la SNCF *(> page 79, son parcours complet).*

LES CONNAISSANCES, LES TECHNIQUES, LES MÉTIERS ÉVOLUENT

La science, tour à tour modèle ou utopie, porteuse d'espoir ou parfois de crainte, produit des inventions, dont se saisit l'industrie pour faire progresser les techniques. On peut penser au développement de l'intelligence artificielle ou à celui de la robotique qui permettent d'imaginer, et de créer, ce qui sera le monde de demain.
Les mathématiques sont devenues indispensables, dans de très nombreux secteurs, spatial par exemple, ou comme outil d'analyse et de gestion, grâce à l'ordinateur qui permet une grande rapidité de calcul ou le traitement d'un nombre infini de données. C'est une science bien vivante qui évolue, depuis l'Antiquité jusqu'à aujourd'hui, des chercheurs la font avancer en trouvant de nouveaux résultats…

➔ Les mathématiques, les voir autrement

Comment donner une réalité plus tangible aux mathématiques, dont la réputation d'abstraction peut séduire, mais aussi parfois impressionner les élèves ? Leur demander de représenter sur une échelle chronologique l'époque à laquelle ont vécu des mathématiciens reconnus, et éventuellement leur origine, sur une carte mondiale. Puis leur proposer, à partir d'une recherche, de présenter une découverte mathématique qui semble à leur avis, avoir eu un impact essentiel dans l'histoire de l'humanité.

Exemple de mathématiciens :
- ***Des grecs**, parmi les plus connus en Occident : Thalès de Milet (env. 626-547 av. JC) et l'ombre de la pyramide, Pythagore de Samos (env. 580- 670 av. JC), maître d'un savoir ésotérique, Euclide, né à Athènes, et son texte fondateur de la géométrie (325-265 av. JC), Archimède de Syracuse (287-212 av. JC), peut être le plus grand mathématicien de l'Antiquité.*
- ***Des indiens** : Aryabhata du nord de l'Inde (476-550 av. JC) avant tout astronome, Brahmagupta (598-668) et son travail sur le zéro et les chiffres négatifs.*
- ***Des chinois** : les Zu (Sun Zi 400-460 ; Zu Chongzhi 429-501), famille de mathématiciens et astrologues, comme Li Ch'un-feng.*
- ***Des Arabes** : Al-Kindi, (env. 801-873), né dans l'actuel Irak, très grand savant de l'Antiquité, à la fois géomètre, arithméticien, physicien, logicien, médecin, astronome et musicien ! mais aussi Al Khwarizmi, de l'actuel Ouzbékistan (env. 780-850) maître de l'algèbre, ou Thabit ibn Qurra de l'actuelle Turquie, mort à Bagdad (836-901), et beaucoup d'autres encore !*

Source : Histoire des mathématiques de l'Antiquité à l'an mil Tangente HS n° 30.
Histoire des mathématiques, J.-P. Escofier. Dunod 2008.

➔ Les métiers, comprendre ce qui change

Les métiers ont bougé eux aussi, certains ont disparu, d'autres au contraire se créent. Les conditions d'exercice de ceux qui existent depuis longtemps ont beaucoup évolué, du fait de l'utilisation de nouvelles techniques répercutée sur le temps d'exécution des tâches, la pénibilité, les risques par exemple.

Les effets de la technique, existe-il des métiers qui y échappent ?
Demander aux élèves, organisés en groupes, de réaliser une enquête, ou de rechercher des témoignages auprès de professionnels, sur l'évolution de leur métier : par exemple auprès d'un boulanger âgé et d'un plus jeune, d'un imprimeur, d'un journaliste, d'un photographe, et aussi d'un vendeur, ou bien encore de comparer les méthodes d'un inspecteur de police au temps de Sherlock Homes et dans la police scientifique contemporaine.

> **Voir aussi :** « Crim'Expo : menez l'enquête », à la Cité des sciences et de l'industrie du 10-février 2009 au 9 janvier 2010 et un site : www.science.gouv.fr (agenda).

Et dans l'entreprise
Faire découvrir aux élèves les métiers des entreprises, apparus à l'époque contemporaine, en particulier, ceux liés à des activités du tertiaire et des services…
À partir d'un texte « les services au quotidien » (à télécharger : www.onisep.fr/equipeseducatives, rubrique les activités pédagogiques : le secteur tertiaire, annexe élève), ils identifieront toutes les entreprises de service qui doivent intervenir dans la journée d'Héléna.

Prolongement possible
Proposer aux élèves des activités pour découvrir l'entreprise, son organisation et son fonctionnement sur le même site.

Une histoire qui commence dès la préhistoire
On connaît l'existence de systèmes de numération différents du nôtre de base 10, celui de tribus amazoniennes, des Népalais, des Africains, d'Indiens d'Amérique du nord (un exemple les Yukis de Californie qui comptaient les 8 espaces entre les doigts)… un des systèmes parmi les plus anciens connus, a été produit par les Sumériens, au 3^{e} millénaire avant notre ère, ils écrivaient avec des tiges de roseau sur des tablettes d'argile…

À ce jour « il y a environ 100 000 mathématiciens et mathématiciennes dans le monde dont 4 000 à 6 000 en France… La France est considérée comme la troisième voire la seconde puissance mathématique de la planète derrière les États-Unis ». Extrait du communiqué de Presse du CNRS pour la remise de la Médaille d'or 2004, du CNRS à Alain Connes, mathématicien.

TRANSFORMER L'ÉVÉNEMENT EN OPPORTUNITÉ

C'est parce que l'on cherche… que l'on trouve ! Dans l'impossibilité de prévoir l'avenir, se former à ce qui nous « convient » pour se l'approprier et en faire quelque chose, diminue les risques de se tromper. C'est en tous les cas, ce qu'affirment bon nombre de personnes interrogées, « bien » dans leur vie professionnelle ou leurs études. L'examen des parcours, soit de formation, soit professionnels, permet de mieux appréhender et comprendre la manière dont on peut se préparer à faire face aux imprévus, d'en tirer parti, saisir les opportunités…

➔ Analyser le parcours d'Estelle

« J'ai passé quatre ans à la fac de sciences, avant d'intégrer une école d'ingénieurs pour finir par une thèse en entreprise. Ca peut paraître un peu sinueux !
Ce qui m'a toujours orienté dans mes choix d'orientation c'est un mélange de goût pour les matières et de vision pour l'avenir.
J'ai choisi sciences de la matière parce que j'aimais la physique et que je voulais peut-être faire de l'archéologie. Or ma prof d'histoire en Terminale m'avait dit qu'aujourd'hui, pour faire de l'archéologie, mieux vaut être diplômée en chimie.
À la fin de ma première année, j'ai constaté que c'étaient essentiellement les cours de physique qui me plaisaient donc j'ai continué en physique.
Là, j'ai alors suivi mes premiers cours de mécanique : cela m'a tout de suite plu. En même temps, j'ai réalisé que dans le prolongement, je pouvais faire une spécialisation en acoustique musicale. Étant musicienne, cela m'a interpellé.
En 4^e^ année, j'ai choisi l'option « acoustique et vibrations ». C'est au cours de cette année que mes professeurs m'ont vivement conseillé d'intégrer une école d'ingénieurs. En même temps, je réalisais que je n'étais pas vraiment faite pour la recherche à l'université, j'ai donc intégré l'École des Ponts et Chaussées, directement en 2^e^ année.
Ayant été en contact direct avec le monde de l'entreprise grâce à un stage, j'ai décidé de commencer ma carrière par la voie « recherche et développement » dans une entreprise. J'ai préparé parallèlement la 3^e^ année à l'école et la 5^e^ année à l'université.
J'ai fait un autre stage à la SNCF où j'ai été prise par la suite, pour une thèse en entreprise.
Trois ans après, je suis chargée de recherche à la Direction de l'Innovation et de la Recherche de la SNCF. Ce travail correspond à ce que je souhaitais faire !
J'ai donc toujours fait mes choix en fonction de mes goûts pour les différentes matières mais en gardant à l'esprit que je construisais aussi mon avenir professionnel. Je n'ai pas fait d'erreur de parcours, j'ai juste pris mon temps pour décider de ce que je souhaitais faire. »

Entretien novembre 2008

Donner aux élèves la totalité du parcours d'Estelle. Leur demander ce qu'ils comprennent de son cheminement et les questions qu'ils se posent.
Répertorier ensemble ces questions et se répartir en petits groupes, pour un travail de recherche au CDI qui permettra d'y répondre.
Chaque groupe rapporte les informations récoltées et la manière dont il s'y est pris.

Tous ensemble, ils définissent :
- le métier d'Estelle ;
- les autres choix de formation qu'elle aurait pu faire pour y parvenir ;
- les avantages qu'elle a pu tirer de ce parcours de formation.

Puis chacun fait une enquête dans son entourage pour obtenir un exemple de parcours.

➔ Mettre en regard d'autres parcours

Demander aux élèves de citer quelques noms de femmes scientifiques : y a-t-il parmi elles des mathématiciennes ?
Ils feront une recherche documentaire sur des mathématiciennes connues, comme celles citées ci-dessus. Pour chacune, ils relèveront un point marquant de leur parcours et le commenteront.

*- **Hypatie** (370-415 après JC)*
Après avoir suivi des cours à l'Académie et au Lycée, elle devint professeur de philosophie et de mathématiques à Alexandrie.

*- **Sophie Germain** (1776-1831)*
Elle découvre les maths à 13 ans et, sous un pseudonyme masculin, soumet ses travaux à Lagrange qui, après avoir découvert qu'elle était une femme, l'aide dans sa formation et intègre ses résultats dans sa théorie des nombres.

*- **Sofia Kovalevskaya** (1850-1891)*
Elle a démontré des théorèmes, donné des cours, été rédactrice d'une revue scientifique ; elle a beaucoup voyagé pour des congrès et des rencontres avec d'autres collègues, écrit des rapports, participé à des réunions de conseils… Une vie professionnelle assez semblable à celle des mathématiciens d'aujourd'hui !

*- **Nicole El Karoui***
Née en 1944 à Paris, professeur à l'université Paris VI et à l'École Polytechnique, elle est considérée comme l'un des principaux précurseurs du développement des mathématiques financières.

*- **Virginie Bonnaillie-Noël***
Née en 1976, elle est une ancienne élève de l'École normale supérieure de Cachan, docteur en mathématiques, et chargée de recherche. Elle est la lauréate du prix Irène Joliot-Curie 2009 de la « jeune femme scientifique » Ce prix est attribué à des femmes qui ont un parcours remarquable dans le domaine des sciences.

Sources : Histoire des mathématiques Tangente n°30.
Histoire des mathématiques-Escoffier.
Site : http:// images.math.cnrs .fr
Voir aussi : liste de mathématiciennes sur: fr.wikipedia.org/ femmes_et_math

PRÉVOIR, ANTICIPER

De nombreux métiers sont apparus pour anticiper l'avenir. On peut penser : au météorologue qui prévoit le temps, à l'actuaire qui évalue les risques, à l'expert en sécurité informatique qui anticipe les problèmes… ou bien encore au pilote de ligne qui prévoit sa route… Anticiper, c'est envisager les probabilités, évaluer les chances de… prévoir les conséquences, les risques. C'est aussi se donner des atouts qui ne vont pas toujours servir tout de suite… Mais peut-on tout prévoir ? Dans tout parcours de formation, professionnel ou même plus généralement de vie, interviennent des événements forts, imprévus, le hasard… Préparer l'avenir, c'est se donner les moyens d'y faire face et de saisir les opportunités…

➔ Se donner des chances

Ce que l'on fait n'a pas toujours de bénéfice immédiat. Demander aux élèves de rechercher un exemple d'une connaissance apprise ou expérience enrichissante dans le passé, qui leur a servi beaucoup plus tard. Les confronter en petits groupes.

➔ Enquêter sur les métiers du risque

Demander aux élèves de choisir un secteur professionnel. À l'aide de la documentation Onisep du CDI, ils devront :
- identifier, dans ce secteur, les métiers dont l'objectif essentiel est d'organiser ce qui va arriver, d'anticiper les problèmes, ou de limiter les risques ;
- constituer une fiche-métiers d'une page maximum, sur chacun d'eux, à partir des informations qu'ils recueillent.

Exemples : l'animateur sécurité dans le bâtiment, le contrôleur de gestion, l'analyste crédit dans le secteur bancaire, le chargé d'hygiène et de sécurité, le responsable qualité… Et aussi, l'accompagnateur sportif, guide, le moniteur…

- définir la fonction logistique d'une entreprise, en rencontrant éventuellement aussi des professionnels d'une entreprise. En faire un exposé en classe.

• La collection Parcours, Onisep
Le Dico des métiers, collection les Dossiers, Onisep, 2009.
La collection Les Fiches Métiers.

➔ Activité de synthèse

Comme synthèse et conclusion du travail réalisé dans ce document, proposer aux élèves de répondre individuellement aux questions suivantes :
- les maths pour moi, c'est… ;
- pour les différentes personnes citées comme exemples (en choisir un) les maths sont… ;
- après ce voyage au pays des mathématiques, que pensez-vous qu'elles apportent ?

MÉTIER

Prévoir le temps ; le météorologiste

Dans le monde entier, les professionnels relèvent les caractéristiques de l'atmosphère, mesurent, observent en surface, en altitude, y compris dans l'espace. De ces informations – certaines fournies par des satellites, des stations météo, des superordinateurs – ils tirent les prévisions sur le temps, le vent, les pluies, les températures, très attendues par les entreprises de transport (aériens, maritimes et terrestres) ou de tourisme, par l'armée ou EDF, et par les agriculteurs….

Le Dico des métiers. Les Dossiers, Onisep 2009.

EN MARCHE VERS L'AUTONOMIE, CONSTRUIRE SON PARCOURS

Apprendre à choisir son orientation, en développant son autonomie, suppose une démarche progressive et du temps : se montrer curieux, découvrir, apprendre à changer de point de vue, à utiliser un langage commun et à communiquer, à résoudre un problème, à exercer son esprit critique… Ce qui relève de la compétence 7 du socle commun permettant l'accès à l'autonomie et se décline par des capacités à mettre en œuvre :
- connaître l'environnement économique, les métiers des différents secteurs professionnels et les parcours de formation ;
- être capable de raisonner avec logique et rigueur et mettre au point une démarche de résolution ; donc de savoir ;
- identifier un problème et mettre au point une démarche de résolution ;
- rechercher l'information utile, l'analyser, la trier, la hiérarchiser, l'organiser, la synthétiser ;
- mettre en relation les acquis des différentes disciplines et les mobiliser dans des situations variées ;
- identifier, expliquer, rectifier une erreur ;
- distinguer ce dont on est sûr de ce qu'il faut prouver ;
- mettre à l'essai plusieurs pistes de solutions ;
- s'auto-évaluer ;
- choisir un parcours de formation, première étape de la formation tout au long de la vie ; prendre des décisions, s'engager et prendre des risques.

LES RESSOURCES

Les publications ONISEP

- *Les sciences aujourd'hui Exercer un métier scientifique*, collection Informer, Onisep, 2005.
- *Choisir les sciences pour réussir*, collection les dossiers, Onisep, 2004.
- *Les métiers des mathématiques*, collection Zoom, 2007 PDF à mettre sur le site.
- *Au collège, le parcours de découverte des métiers et des formations*, collection Ressources/Activités de classe, Onisep équipes éducatives, 2009.
- *Le dico des métiers*, collection les dossiers, Onisep, 2009.
- *Après le Bac*, collection les dossiers, 2009.
- *Les écoles d'ingénieurs*, collection les dossiers, 2008.

• **La collection Parcours :**

- *Architecture urbanisme et BTP*, 2006.
- *Banque assurances finances*, 2007.
- *Biologie agroalimentaire cosmétiques santé*, 2006.
- *Gestion comptabilité ressources humaines*, 2006.
- *Les métiers du droit et de la justice*, 2008.
- *Radio Tv*, 2006.
- *Les métiers de l'informatique*, 2008.
- *Les métiers du marketing, de la vente et de la pub*, 2008.
- *Nature et environnement*, 2007.
- *Transport et logistique*, 2007.

• **La collection Les Fiches Métiers**

Sur le site :

onisep.fr

onisep.fr/equipeseducatives

• **Les activités pédagogiques**

• **Les vidéos :**

- Portraits de professionnels : 8 chercheurs(euses) / 10 ingénieurs.
  Un DVD pour découvrir les métiers de la recherche : « métier : chercheur », Onisep.
- Des métiers autour des mathématiques en 3e : http://www.onisep.fr/belin-math-3e

• **Les diaporamas :**

- S'informer sur les métiers en utilisant internet.

• **Les clips :**

Accompagner / découverte des métiers/ DP3 /exploiter 1 clip métier.

• **Le Quizz entreprise**

Collection Ressources/ Activités de classe, 2009.

Bibliographie

- *Histoire des mathématiques de l'Antiquité à l'an Mil*, Tangente HS n°30, ed Pole, 2007.
- *Histoire des mathématiques*, J.P.Escoffier, Dunod 2008.
- *Culture maths*, Seuil, 2008.
- *L'histoire fabuleuse du système métrique*, *Le Monde*, Dossiers et documents, Sciences, mars 2009.
- *Quand les poètes chantent la science*, Michel Toyer Presses de l'École des mines de Paris. Analyse des rapports entre science et poésie au cours des siècles.
- *Les déchiffreurs*, Jean François Dars, Annick Lesne, Anne Papillault. Livre-album avec photos (portraits d'une quarantaine de chercheurs ; analogies entre mathématiques, poésie et peinture) édition Belin.
- Conférence de JP Bourguignon pour le centenaire de l'Institut des hautes études scientifiques (Bures sur Yvette, nov 2008).
- 2000, année mondiale des mathématiques spécial mathématiques CNRS info.
- Fiche APEC, 2004, collection Jeunes Diplômés.
- Les débouchés pour les diplômés en mathématiques, 2002, CNE.

Sitographie

- Toutes les statistiques sur l'éducation : http://eduscol.education.fr/D0234/filles_garcons_chiffres2008.pdf
- Organisation d'ateliers de pratique mathématique en milieu scolaire et universitaire : www.mathenjeans.free.fr
- L'association femmes et mathématiques : www.femmes-et-maths.fr
- Textes fondateurs de la science, sur le site de la bibliothèque numérique Bibnum : http://bibnum.education.fr
- La banque des savoirs, magazine scientifique, créé par le Conseil général de l'Essonne rubrique : la matière, mathématiques, les jeunes et la science, dossier : Mathématiciens sous les projecteurs http://www.savoirs.essonne.fr
- Mathématiques et imaginaire : http://www.pedagopsy.eu/mathematique.htm
- Pourquoi les mathématiques exposition internationale réalisée depuis 2004-2005 à l'initiative et avec le soutien de l'UNESCO www.MathEx.org (Calendrier : www.mathex.org/MathExpo/FrExposition ; Pdf sur www.dma.ens.fr)
  voir aussi : http:/:math.univ-angers.fr/ rubrique : pourquoi les mathématiques, l'explosion des mathématiques.
- La recherche mathématiques - en particulier française - et le métier de mathématicien : histoire des mathématiques et portraits : http://Images.math.cnrs.fr
  Tous les articles sont écrits par des chercheurs et sont classés par niveaux de difficulté, la catégorie « piste verte » s'adresse au grand public.
- Les ethnomathématiques, blog de Marc Chemillier à propos de son ouvrage ; « les indispensables mathématiques et physiques pour tous » http://www.maths-et-physique.net/5-index.html

MATHÉMATIQUES
ET DÉCOUVERTE DES MÉTIERS

équipes éducatives **Ressources** | **Activités de classe**

L'enrichissement des représentations des élèves sur le monde qui les entoure et sur les métiers est un enjeu de taille dans la construction de leurs parcours de vie.
L'Onisep propose aux enseignants d'amener leurs élèves à découvrir les métiers à partir de l'enseignement de leur discipline. Ce titre, réalisé en collaboration avec des enseignants, s'appuie sur le programme de mathématiques de troisième de collège.
Les documents choisis, supports de travail en classe, permettent aux élèves, tout en développant leurs compétences disciplinaires de s'interroger sur le monde professionnel et ses évolutions, sur la place et le rôle des mathématiques dans l'exercice d'un métier.
Les activités proposées peuvent être exploitées lors des « parcours de découverte des métiers en collège », ou dans l'option Découverte professionnelle 3 h. Certaines peuvent être mises en œuvre avec des élèves de seconde de la voie professionnelle, voire de la voie générale et technologique.

Sommaire

Les exercices, sont présentés avec leur scénario et un prolongement éventuel dans cinq chapitres correspondant à cinq grandes thématiques :

DÉCOUVRIR ET COMPRENDRE
Les exercices de ce chapitre privilégient le recueil et l'analyse d'informations et illustrent la manière dont les mathématiques participent à l'exploration et à la compréhension du monde.

REPRÉSENTER ET COMMUNIQUER
Insister sur la dimension internationale des mathématiques, langage complexe et cependant universel permet de montrer aux élèves la nécessité dans l'échange d'information, d'être capable de distinguer l'accessoire de l'essentiel, de communiquer et de se faire comprendre.

RÉSOUDRE UN PROBLÈME
Les exercices de ce chapitre proposent différentes méthodes de résolution de problèmes dont l'efficacité au-delà du champ des mathématiques s'étend à d'autres domaines de la vie quotidienne ou professionnelle. Faire réfléchir les élèves sur l'intérêt de les acquérir, montrer l'importance de la rigueur, de la procédure à suivre et de la rédaction est l'objectif de cette thématique.

EXERCER SON ESPRIT CRITIQUE
S'appuyer sur le statut de l'erreur dans le but de contribuer à développer l'esprit critique des élèves, ceci implique qu'ils soient capables d'une part, de repérer des résultats non cohérents ou aberrants, et d'autre part, d'analyser leurs propres erreurs. Cet esprit critique est nécessaire dans la construction d'un parcours, pour la recherche d'informations et l'élaboration de stratégies.

D'HIER À DEMAIN
Les élèves ont souvent du mal à imaginer les mathématiques comme une science vivante, ou subsistent des problèmes non résolus et apparaissent des résultats nouveaux. La thématique de ce chapitre a pour objectif la réflexion autour de la dimension temporelle des savoirs mathématiques, des métiers et techniques et du parcours personnel.

onisep toute l'info sur les métiers et les formations
ministère de l'éducation nationale | ministère de l'enseignement supérieur et de la recherche

ISBN 978-2-273-00644-6
9 782273 006446

Édité avec le soutien de agefa pme

onisep.fr/lalibrairie

15 €

diffusion 900644
ISBN 978-2-27300-6446-6